20ème Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai
Section de Bourg en Bresse

Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d'essai pour la catégorie 6 (6ème des collèges).
Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.
Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégageant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.

7. MUSICIENS, COMEDIENS ET DANSEURS (Cat. 4, 5, 6)

Les 20 élèves de la classe ont formé trois groupes pour un spectacle :

un groupe de musiciens;
un groupe de comédiens ;
un groupe de danseurs.

Les musiciens sont les plus nombreux.
Les comédiens sont moins nombreux que les danseurs.
La différence entre le nombre de musiciens et le nombre de comédiens est plus petite que 7.

Comment les 20 élèves ont-ils pu se répartir dans les trois groupes ?

Donnez toutes les possibilités et indiquez comment vous les avez trouvées.

8. QUE D’ŒUFS ! QUE D’ŒUFS ! (Cat. 5, 6, 7)

Mathurin emballe ses œufs de la façon suivante.

- Il les met d’abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu’il a 6 boîtes, il les met dans un carton, qu’il ferme ;
- dès qu’il a 6 cartons, il les met dans une caisse, qu’il ferme.

Aujourd’hui, les poules ont bien pondu… Mathurin a ramassé 1 000 œufs.
Mathurin vient de terminer les emballages.

Combien voit-il de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d’œufs non emballés ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

9. LE DEUXIEME CHAPITRE (Cat. 5, 6, 7)

Jean vient de lire le deuxième chapitre d'un livre d'aventure.

Les pages du livre sont numérotées de 1 à 216 et chaque nouveau chapitre commence sur une nouvelle page.

Jean a additionné les numéros des pages du deuxième chapitre et a trouvé 98. comme somme.

Combien le deuxième chapitre peut-il avoir de pages ? et quelles sont ces pages ?

Indiquez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

10. CLOUS ET FILS ELASTIQUES (Cat. 5, 6, 7)

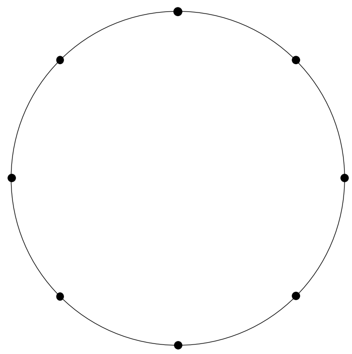


figure 1

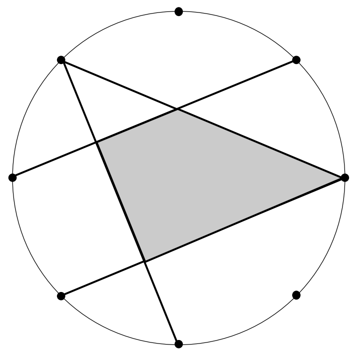


figure 2

Sur le bord d’un disque on a planté 8 clous très régulièrement. Entre deux clous qui se suivent, il y a toujours la même distance (voir figure 1).

On dispose de quatre fils élastiques qu’on peut tendre entre deux clous.

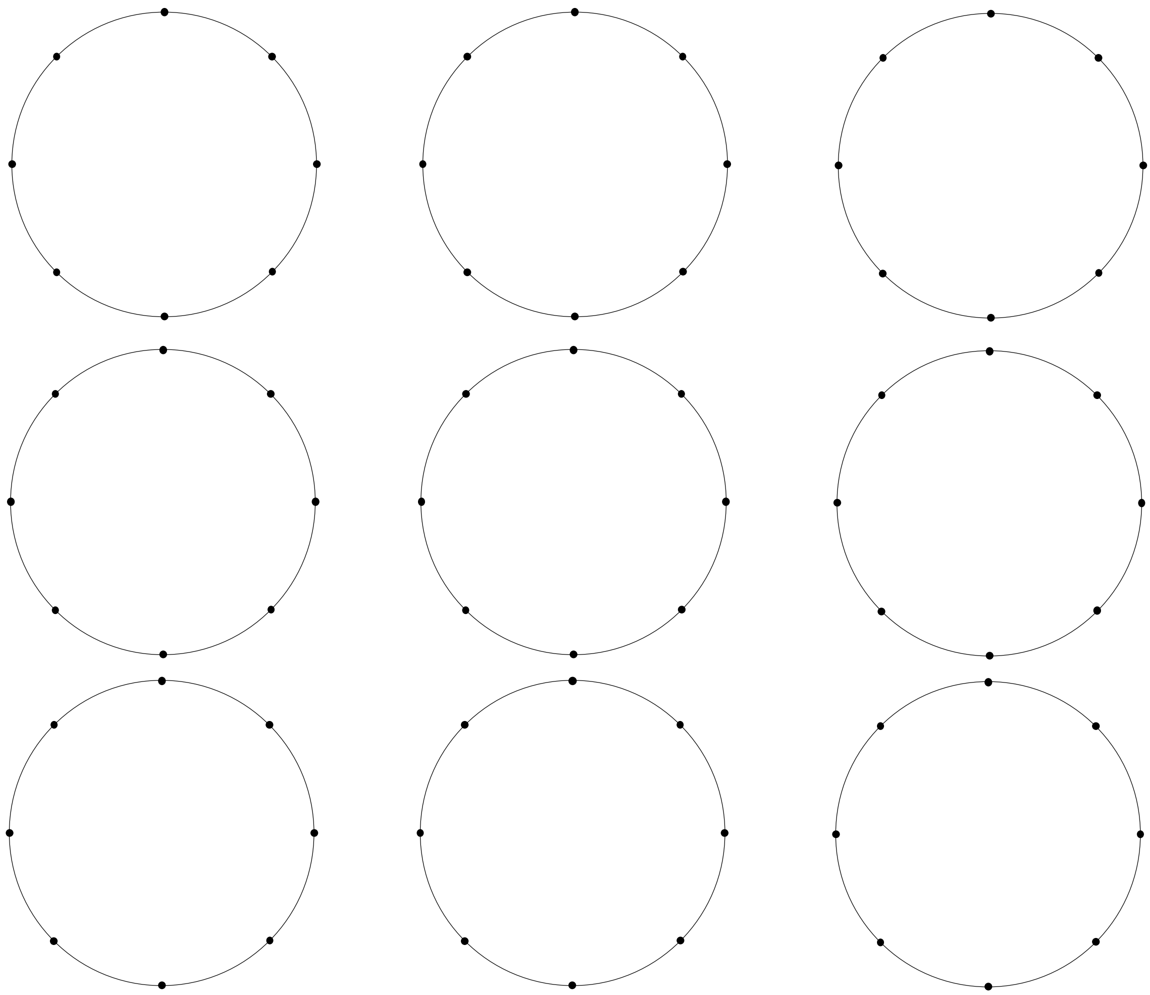
Le but est de former des rectangles (ou des carrés) ayant leurs côtés sur les quatre fils.

Jules a tendu les quatre fils (voir figure 2), mais il n’a pas atteint son but : il a obtenu un trapèze !

Trouvez tous les rectangles ou carrés différents que les quatre fils peuvent former.

Dessinez toutes les figures que vous avez trouvées. Si vous avez deux figures de mêmes dimensions, n’en dessinez qu’une seule !

(Utilisez les cercles ci-dessous pour dessiner vos rectangles ou carrés différents.)



11. PIECES DE MONNAIE (Cat. 6, 7, 8)

Bernard a entre 8 et 10 euros dans son porte-monnaie. Cette somme est composée seulement de pièces de 20 centimes et de pièces de 1 euro.

Il calcule que, s'il remplaçait chaque pièce de 20 centimes par une pièce de 1 euro et chaque pièce de 1 euro par une pièce de 20 centimes, la somme qu'il aurait alors ne vaudrait plus que la moitié de ce qu'il a maintenant.

Quelle somme Bernard a-t-il dans son porte-monnaie ?

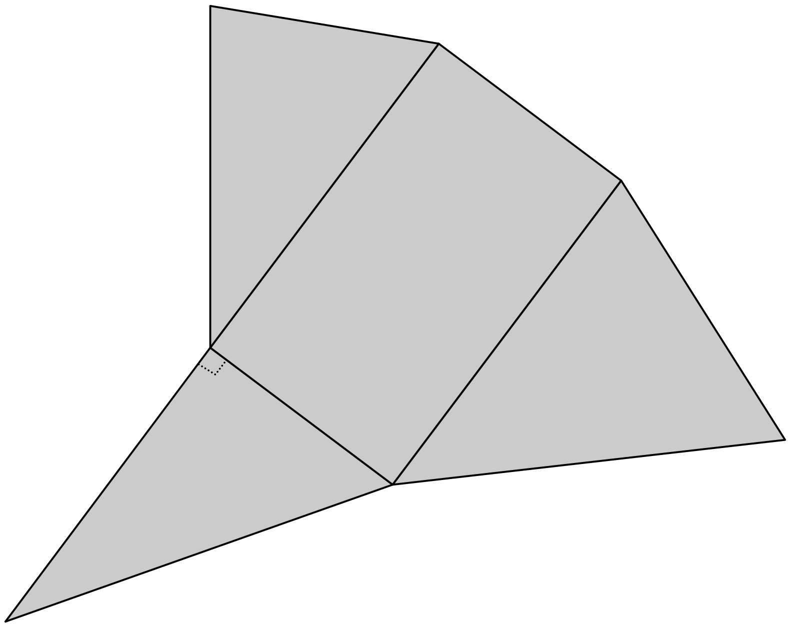
Expliquez votre réponse.

12. PYRAMIDE IRRÉGULIÈRE (Cat. 6, 7, 8)

Jules veut construire une pyramide, en carton, dont la base est un rectangle.

Il a déjà dessiné la base et trois faces latérales, dont l'une est un triangle rectangle.

Il a vérifié qu'en pliant ces trois faces, leurs sommets opposés à la base se rencontrent précisément au sommet de la pyramide.



Dessinez la quatrième face qui doit permettre de fermer la pyramide.

Expliquez comment vous l'avez construite.

Après avoir construit sa pyramide, Jules la pose avec sa base rectangulaire sur le sol puis il se place juste au-dessus, le plus haut possible.

Dessinez la pyramide comme la voit Jules, vue de dessus, et dites combien de faces sont visibles de ce point de vue.

13. LA BOITE DE VIGNETTES (Cat. 6, 7, 8)

Matthieu conserve dans une boîte de nombreuses images de footballeurs dans une boîte. On sait que :

- Leur nombre se situe entre 1300 et 1500.
- Si on regroupe les vignettes par 2, il en reste une.
- Si on regroupe les vignettes par 3, il n'en reste pas.
- Si on fait des groupes de 5, on constate qu'il manque 2 vignettes pour que tous les groupes soient complets.
- Si on regroupe les vignettes par 7, il en reste 4.

Quel est le nombre de vignettes contenues dans la boîte ?

Expliquez votre raisonnement.

7. MUSICIENS, COMEDIENS ET DANSEURS (Cat. 4, 5, 6)

Les 20 élèves de la classe ont formé trois groupes pour un spectacle :

un groupe de musiciens;

un groupe de comédiens ;

un groupe de danseurs.

Les musiciens sont les plus nombreux.

Les comédiens sont moins nombreux que les danseurs.

La différence entre le nombre de musiciens et le nombre de comédiens est plus petite que 7.

Comment les 20 élèves ont-ils pu se répartir dans les trois groupes ?

Donnez toutes les possibilités et indiquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : dénombrement, addition, soustraction

Analyse de la tâche

- A la lecture du texte, comprendre que les nombres d'élèves dans les trois groupes sont ordonnés ainsi : nb. musiciens > nb. danseurs > nb. comédiens, que les trois nombres sont différents, que leur somme est 20, et qu'il y a 6 de différence, au maximum, entre le petit nombre et le grand nombre.
- Comprendre que, pour répondre à la question, il faudra rechercher « toutes les manières de répartir les élèves » c'est-à-dire dresser l'inventaire complet des décompositions de 20 selon les contraintes citées ci-dessus.
- Pour cela, on peut procéder par essais et ajustements, avec le risque de ne pas être exhaustif.
- On peut aussi organiser les décompositions de façon à ne pas en oublier. Les modes d'organisation sont nombreux. En faisant des essais sur le nombre de comédiens auquel on ajoute de 1 à 6 pour obtenir le nombre de musiciens :

  on peut éliminer l'hypothèse « 1 » comédien car on aurait de 2 à 7 musiciens et donc de 17 à 12 danseurs, ce qui contredit une des contraintes. 20 – (1 + 2) = 17, 20 – (1 + 3) = 16, … 10 – (1 + 7) = 12,

  de même, avec 2 comédiens, au aurait de 3 à 8 musiciens et donc de 15 à 10 danseurs,

  avec 3 comédiens, les essais de 4, 5, 6, 7, 8 musiciens donnent 13, 12, 11, 10, 9 danseurs mais l'essai de 9 musiciens (le maximum) donne 20 – (3 + 9) = 8 danseurs : première solution : **3 comédiens, 8 danseurs et 9 musiciens** ;

  avec 4 comédiens, on obtient les solutions (**4 ; 6 ; 10**) et (**4 ; 7 ; 9**) car (4 ; 8 ; 8), (4 ; 9 ; 7) … sont à éliminer,

  avec 5 comédiens, on obtient les solutions (**5 ; 6 ; 9**) et (**5 ; 7 ; 8**) car (5 ; 11 ; 4), (5 ; 10 ; 5) … sont à éliminer,

  avec 6 comédiens, il n'y a plus de solutions car (6 ; 12 ; 2), (6 ; 11 ; 3) … (6 ; 7 ; 7) sont à éliminer.

Ou : faire l'inventaire de toutes les décompositions de 20 en somme de trois termes différents ordonnés du plus petit au plus grand (1 + 2 + 17 ; 1 + 3 + 16 ; … ; **3 + 8 + 9** ; 4 + 5 + 11 ; **4 + 6 + 10 ; 4 + 7 + 9 ; 5 + 6 + 9 et 5 + 7 + 8** et choisir celles où il n'y a pas plus de 6 de différence entre le petit et le grand terme.

- Exprimer la réponse dans le contexte donné : il y a 5 répartitions possibles (comédiens, danseurs, musiciens) : (3 ; 8 ; 9), (4 ; 6 ; 10), (4 ; 7 ; 9) (5 ; 6 ; 9) et (5 ; 7 ; 8).

Attribution des points

4 Les 5 répartitions correctes (voir ci-dessus) sans autre répartition et avec une méthode apparente

3 Les 5 répartitions correctes avec, en plus, au maximum deux répartitions inexactes qui respectent cependant l'ordre et le nombre total d'élèves

ou les 5 répartitions correctes, sans autres incorrectes, mais sans explications (au hasard, sans organisation)

ou 4 répartitions correctes, sans répartition supplémentaire incorrecte

2 3 ou 4 répartitions correctes avec d'autres répartitions inexactes qui respectent l'ordre et le nombre total d'élèves

ou 3 répartitions correctes sans répartition incorrecte

ou seulement les 2 répartitions (3 ; 8 ; 9) et (4 ; 6 ; 10) ; où les enfants ont compris « six de différence exactement » au lieu de « 6 de différence au maximum)

1 de 1 à 3 répartitions correctes avec d'autres répartitions incorrectes

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : Luxembourg + gp

8. QUE D'ŒUFS ! QUE D'ŒUFS ! (Cat. 5, 6, 7)

Mathurin emballe ses œufs de la façon suivante.

- Il les met d'abord dans des boîtes de 6 œufs ;
- chaque fois qu'il a 6 boîtes, il les met dans un carton, qu'il ferme ;
- dès qu'il a 6 cartons, il les met dans une caisse, qu'il ferme.

Aujourd'hui, les poules ont bien pondu… Mathurin a ramassé 1 000 œufs.

Mathurin vient de terminer les emballages.

Combien voit-il de caisses pleines, de cartons pleins, de boîtes pleines et d'œufs non emballés ? Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : division, quotients et restes, multiplication, puissances

Analyse de la tâche

- Comprendre les emboîtements successifs obtenus en groupant les œufs par boîte de 6, puis les boîtes par cartons de 6 et enfin les cartons par caisse de 6.
- Comprendre qu'il y a des emballages qui ont été réalisés et qu'on ne voit plus à la fin.
- Utiliser une procédure progressive : 6 œufs donnent une boîte, 6 boîtes donnent un carton (soit 36 œufs utilisés), 6 cartons donnent 1 caisse (donc on a utilisé 216 œufs). Il reste 784 œufs … pour lesquels on reprend le processus.

Ou, utiliser une procédure par divisions successives par 6 en interprétant le quotient comme le nombre d'emballages « supérieurs » et le reste comme le nombre d'œufs ou d'emballages « inférieurs ».

Ou, calculer qu'une caisse contient 6 x 6 x 6 = 216 œufs et un carton 6 x 6 = 36 œufs, puis diviser 1000 par 216, on trouve 4 (donc 4 caisses) avec un reste de 136 (œufs), puis diviser 136 par 36, on trouve 3 (cartons) avec un reste de 28 œufs qui remplissent 4 boîtes de 6 et il reste 4 œufs non emballés.

Attribution des points

4 Réponse correcte (4 caisses, 3 cartons, 4 boîtes, 4 œufs) avec explications claires

3 Réponse correcte sans explication
ou oubli des 4 œufs qui restent (les autres réponses correctes) ou une seule erreur de calcul, avec explication correcte

2 Démarche correcte avec plus d'une erreur de calcul
ou réponse (4 caisses, 27 cartons, 166 boîtes, 4 œufs) où ont été comptés tous les emballages réalisés successivement (tenant compte aussi de ceux qu'on ne voit plus)

1 Début de recherche correcte (partage par 6 ou au moins le calcul des 216 œufs d'une caisse)

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Siena, 4e RMT I. *Les emballages*

9. LE DEUXIEME CHAPITRE (Cat. 5, 6, 7)

Jean vient de lire le deuxième chapitre d'un livre d'aventure.

Les pages du livre sont numérotées de 1 à 216 et chaque nouveau chapitre commence sur une nouvelle page.

Jean a additionné les numéros des pages du deuxième chapitre et a trouvé 98. comme somme.

Combien le deuxième chapitre peut-il avoir de pages ? et quelles sont ces pages ?

Indiquez toutes les possibilités et expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : les opérations et leurs propriétés, la numération

Analyse de la tâche

- Comprendre que les numéros des pages du deuxième chapitre sont des nombres qui se suivent, que leur somme est 98, qu'ils ne doivent pas commencer par 1 (il y a un premier chapitre).
- Faire quelques essais à partir d'une hypothèse sur la première page du deuxième chapitre et vérifier si l'on arrive à 98 en additionnant les numéros des pages successives. Par exemple si l'on pense que la première page est 17, additionner successivement 18 (35), 19 (54), 20 (74), 21 (95), 22 (117) ceci permet de constater qu'on a dépassé 98 sans y passer.
- Dresser un inventaire systématique par hypothèses successives à partir de 3, 4, 5, … comme première page du deuxième chapitre. (Avec l'hypothèse « 3 », on additionne 3 + 4 + 5 + … et l'on vérifie que l'on n'atteint pas 98) Cette méthode est longue et un peu fastidieuse mais avec la calculatrice et une répartition des essais au sein du groupe, elle peut aboutir.

Ou organiser les essais à partir de 98 pages et d'une estimation par divisions successives du nombre situé au milieu de la suite. Par exemple si l'on considère un chapitre de deux pages, on voit que 49 est la moitié de 98 mais que ni 49 + 50 ni 48 + 49 ne peuvent conduire à 98.

Avec trois pages, on imagine un nombre au centre de la suite et proche du tiers de 98 : 32 + 33 + 34 = 99 ou 31 + 32 + 33 = 96 montrent qu'on n'arrive pas à 98.

C'est avec 4 pages qu'on arrive à la première solution : le quart de 98 se situe entre 24 et 25, ces deux nombres pourraient être au centre de la suite de 4 nombres consécutifs ; et effectivement 23 + **24** + **25** + 26 = 98

On élimine ensuite les hypothèses sur 5 et sur 6 pages pour constater qu'avec 7 pages on arrive à une deuxième solution 98 : 7 = 14 donne : (11 + 12 + 13 + **14** + 15 + 16 + 17 = 98)

Puis il faudra éliminer les hypothèses allant de 8 à 11 pages. A partir de 12 il n'y a plus de solution, car la somme de 12 nombres consécutifs commençant par 3 dépasse déjà 98 (3 + 4 + ... + 14 = 102).

Ou, utiliser (plus ou moins consciemment) des propriétés des opérations, par exemple :

- comme 98 est pair, il ne peut pas être la somme de deux nombres consécutifs (dont l'un est pair et l'autre impair) mais il peut être la somme de quatre nombres consécutifs comme le sont les nombres pairs non multiples de 4

6 (0 + 1 + 2 + 3) ; 10 (1 + 2 + 3 + 4) ; 14 (2 + 3 + 4 + 5) ; 18 ; 22, …

- comme 98 n'est pas un multiple de 3 il ne peut pas être la somme de trois nombres consécutifs (le triple du nombre du milieu, le petit valant un de moins et le grand un de plus) ;

- 98 est un multiple de 7, c'est la somme d'une suite de 7 nombres consécutifs dont 14 = 97 : 7 est la « moyenne ».

Attribution des points

4 La réponse correcte et complète (quatre pages de 23 à 26 et sept pages de 11 à 17) avec explications (addition) et traces montrant que d'autres essais ont été effectués et qu'il n'y a pas d'autre solution.

3 La réponse correcte et complète mais sans évoquer la non existence d'autres solutions, comme si les deux solutions avaient été trouvées au hasard

ou les deux solutions correctement expliquées et une troisième due à une erreur de calcul

2 Une des deux solutions avec le détail des calculs (vérification) l'autre n'est pas trouvée ou contient une erreur de calcul

1 Traces de démarches qui n'aboutissent pas à 98

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : 11 RMT F, Le Ruban de Marie et le Ruban de Noé

10. CLOUS ET FILS ELASTIQUES (Cat. 5, 6, 7)

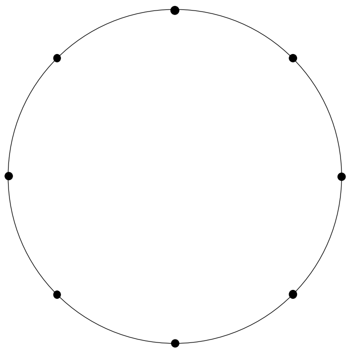


figure 1

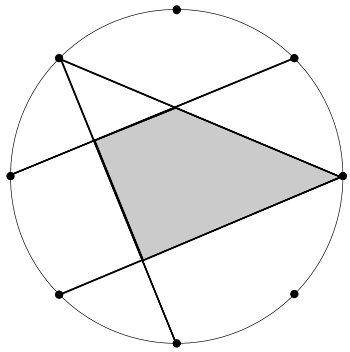


figure 2

Sur le bord d’un disque on a planté 8 clous très régulièrement. Entre deux clous qui se suivent, il y a toujours la même distance (voir figure 1).

On dispose de quatre fils élastiques qu’on peut tendre entre deux clous.

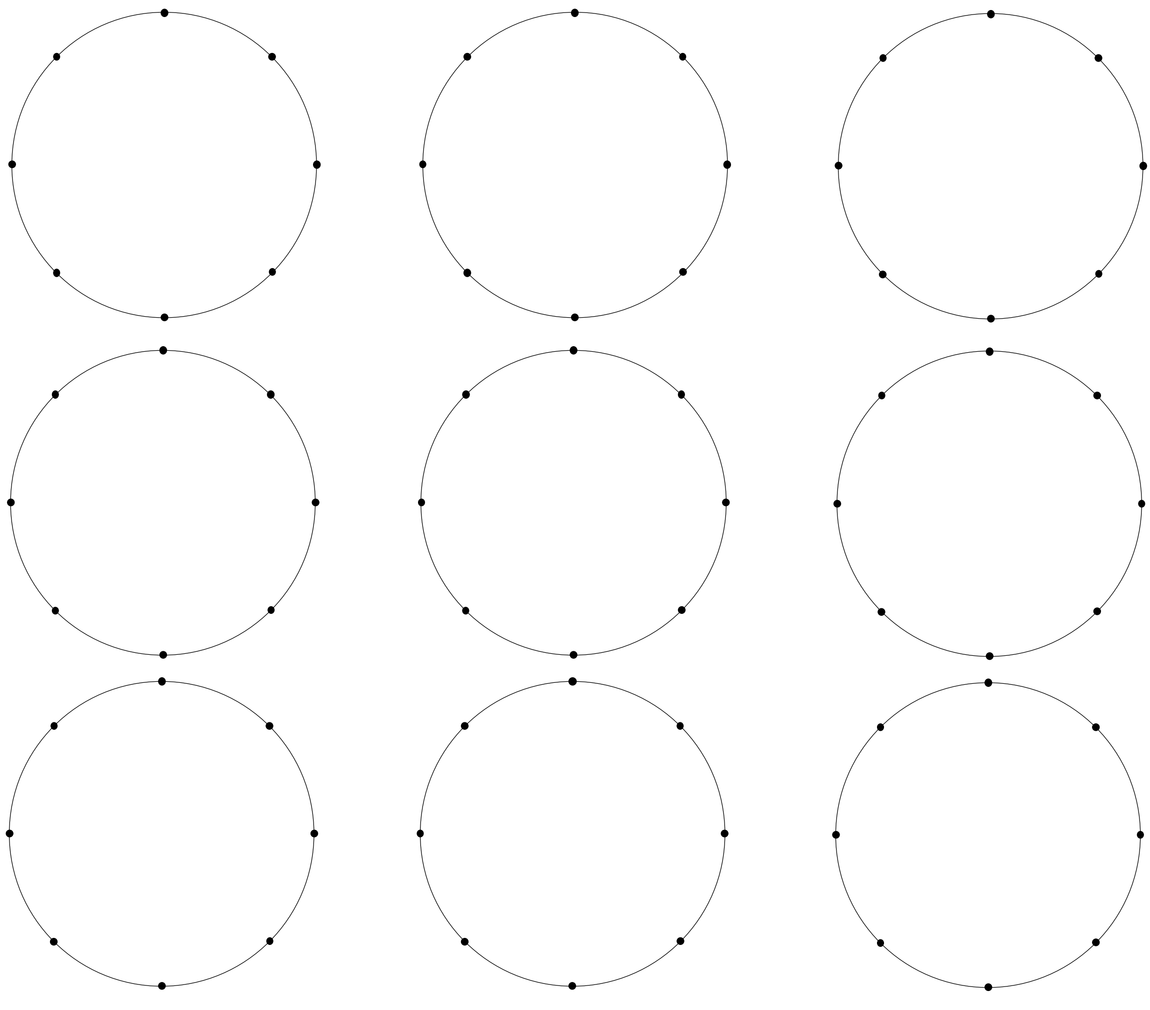
Le but est de former des rectangles (ou des carrés) ayant leurs côtés sur les quatre fils.

Jules a tendu les quatre fils (voir figure 2), mais il n’a pas atteint son but : il a obtenu un trapèze !

Trouvez tous les rectangles ou carrés différents que les quatre fils peuvent former.

Dessinez toutes les figures que vous avez trouvées. Si vous avez deux figures de mêmes dimensions, n’en dessinez qu’une seule !

(Utilisez les cercles ci-dessous pour dessiner vos rectangles ou carrés différents.)



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : reconnaissance de rectangles en tenant compte de leurs propriétés

Analyse de la tâche

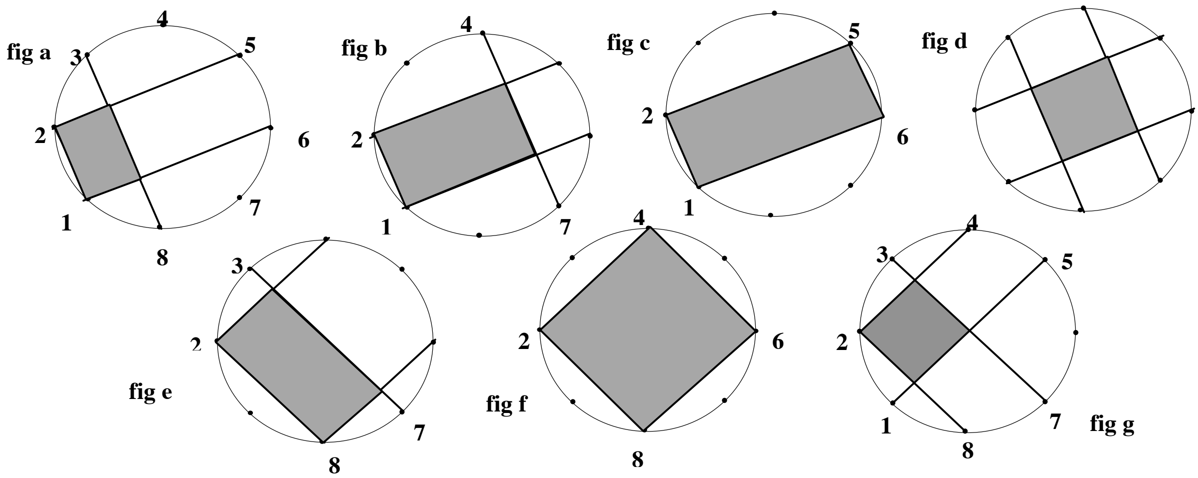
- Percevoir les positions des clous sur le cercle et imaginer les isométries qui déterminent les positions relatives des clous et des fils qui les relient. Par exemple un fil tendu entre deux clous voisins se retrouve sur un fil tendu sur les deux clous opposés après une rotation d'un demi-tour, ce qui permet de savoir que ces fils sont parallèles, des rotations d'un quart de tour font apparaître des diamètres perpendiculaires, …
- Comprendre que pour construire les rectangles possibles, il est nécessaire de faire intervenir le parallélisme et l'isométrie des côtés opposés et la perpendicularité des côtés adjacents.
- Procéder par essais non organisés, avec le risque de ne pas trouver toutes les solutions.

Ou chercher une méthode systématique. Par exemple, un inventaire des clous supportant des fils parallèles :

• pour deux clous voisins de la figure **a** (**1** et **2**), il y a trois autres paires de clous qui déterminent la même direction (**3** et **8**), (**4** et **7**), (**5** et **6**), ce qui permet de déterminer les quatre rectangles des figures **a**, **b**, **c** et **d**, dont la longueur d'un côté est la distance de **1** à **2.**

• pour deux clous séparés par un autre, (**8** et **2**) de la figure **e**, il y a deux autres paires de clous qui déterminent la même direction (**3** et **7**), (**4** et **6**), ce qui permet de déterminer les deux rectangles des figures **e** et **f**, dont la longueur d'un côté est la distance de **2** à **8**. Avec une paire de côtés de cette direction, la combinaison avec les paires de perpendiculaires fait apparaître encore un autre rectangle (carré de la figure **g**) dont le côté vaut la moitié de la distance de **2** à **8**.

- Contrôler que les rectangles ainsi formés n'ont pas les mêmes dimensions. En particulier les carrés des figures **d** et **g** (car la distance de **1** à **2** est supérieure à la moitié de la distance de **8** à **2**.)
- Dessiner les sept solutions (dont trois sont des carrés).



Attribution des points

4 Les sept solutions correctes sans autres solutions isométriques

3 Six solutions correctes sans autre solution isométrique
ou les sept solutions correctes avec une solution isométrique à l'une des précédentes

2 Quatre ou cinq solutions correctes sans autre solution isométrique
ou cinq ou six solutions correctes plus une solution isométrique à l'une des précédentes
ou les sept solutions correctes plus un quadrilatère qui n'est pas un rectangle

1 De une à trois solutions avec ou sans solutions isométriques
ou quelques solutions correctes et un quadrilatère qui n'est pas un rectangle.

0 Quadrilatères non rectangles ou incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : groupe géométrie plane

11. PIECES DE MONNAIE (Cat. 6, 7, 8)

Bernard a entre 8 et 10 euros dans son porte-monnaie. Cette somme est composée seulement de pièces de 20 centimes et de pièces de 1 euro.

Il calcule que, s'il remplaçait chaque pièce de 20 centimes par une pièce de 1 euro et chaque pièce de 1 euro par une pièce de 20 centimes, la somme qu'il aurait alors ne vaudrait plus que la moitié de ce qu'il a maintenant.

Quelle somme Bernard a-t-il dans son porte-monnaie ?

Expliquez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, équivalence
- Algèbre (équation)

Analyse de la tâche

- Comprendre l'énoncé et les quatre données essentielles : la somme initiale est supérieure à 8 euros et inférieure à 10 euros, composée de pièces de 1 euro et de pièces de 20 centimes ; la somme finale est égale à la moitié de la somme initiale, composée de manière inversée entre pièces de 1 € et pièces de 20 centimes.
- Procéder par essais (systématiques ou non) de nombre de pièces de 1 € et de 20 centimes donnant une somme comprise entre 8 et 10 €, inverser la composition des pièces et vérifier si la somme obtenue représente bien la moitié de la somme initiale

Ou, procéder par essais de nombre de pièces de 1 € et de 20 centimes donnant une somme entre 4 et 5 euros ; inverser la composition des pièces et vérifier si la somme obtenue représente bien le double de la somme finale.

Ou, procéder par essais à partir de la somme initiale en se limitant à considérer les cas ou une telle somme et sa moitié peuvent s'exprimer avec des pièces de 1 euro ou 20 centimes (en excluant des sommes comme 9,90, ou 9,80). Il reste quatre possibilités: 8,40 ; 8,80 ; 9,20 et 9,60. Se rendre compte que seules 9,60 et sa moitié, 4,80, peuvent être obtenues en intervertissant les nombres de pièces (9 de 1 € et 3 de 20 centimes deviennent 3 de 1 € et 9 de 20 centimes).

(Si l'on se rend compte que la somme obtenue après inversion des pièces est inférieure à 5 € on en déduit qu'elle est formée au plus 5 pièces de 1 € et la somme initiale contient donc au plus 5 pièces de 20 c (soit 1 €). Elle contient donc au moins 7 pièces de 1 €. Il y a alors peu d'essais à faire dans les procédures ci-dessus.)

Ou : mettre le problème en équation : si x et y désignent respectivement les nombres (entiers) de pièces de 1 € et de 20 centimes, on aboutit à : $8 < x + 0{,}2\,y < 10$ et $x + 0{,}2y = 2(y + 0{,}2x)$, ce qui conduit à $x = 3y$.

puis, par essais systématiques constater que parmi les quatre couples (3 , 1) ; (6 , 2) ; (9 , 3) ; (12 , 4), seul le troisième est à envisager car il conduit à une somme de 9,60 €.

Attribution des points

4 Solution correcte, avec démarche apparente et expliquée (9,60 €) qui montre clairement l'unicité de la solution (où figurent les divers essais effectués)

3 Solution correcte, avec explications incomplètes, sans vérification de l'unicité

2 Solution vérifiant l'une des conditions, sans que l'autre soit vérifiée

1 Début de recherche cohérente, mais n'aboutissant pas

0 Incompréhension du problème

Niveau : 6, 7, 8

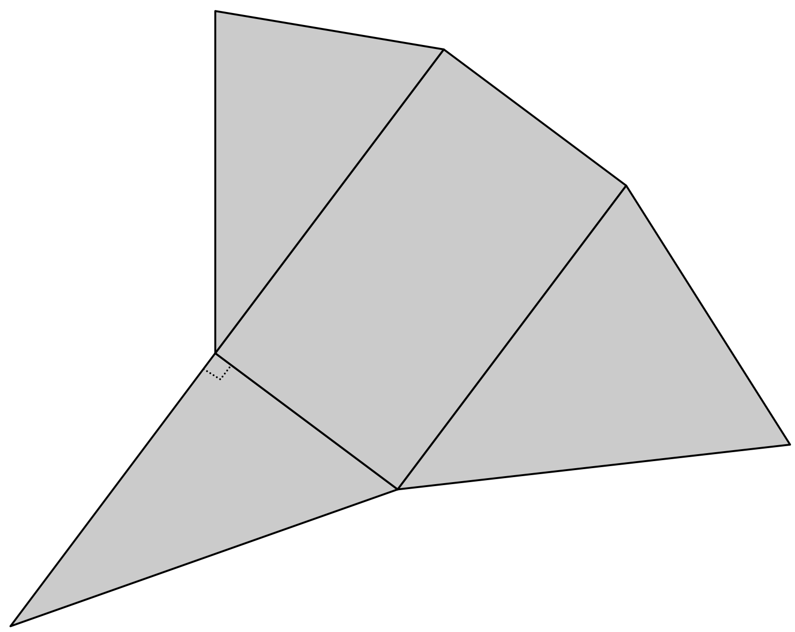
Origine : Bourg-en-Bresse (d'après un problème proposé dans « La mathématique vivante », Perelman, CEDIC, 1975)

12. PYRAMIDE IRRÉGULIÈRE (Cat. 6, 7, 8)

Jules veut construire une pyramide, en carton, dont la base est un rectangle.

Il a déjà dessiné la base et trois faces latérales, dont l'une est un triangle rectangle.

Il a vérifié qu'en pliant ces trois faces, leurs sommets opposés à la base se rencontrent précisément au sommet de la pyramide.



Dessinez la quatrième face qui doit permettre de fermer la pyramide.

Expliquez comment vous l'avez construite.

Après avoir construit sa pyramide, Jules la pose avec sa base rectangulaire sur le sol puis il se place juste au-dessus, le plus haut possible.

Dessinez la pyramide comme la voit Jules, vue de dessus, et dites combien de faces sont visibles de ce point de vue.

ANALYSE A PRIORI

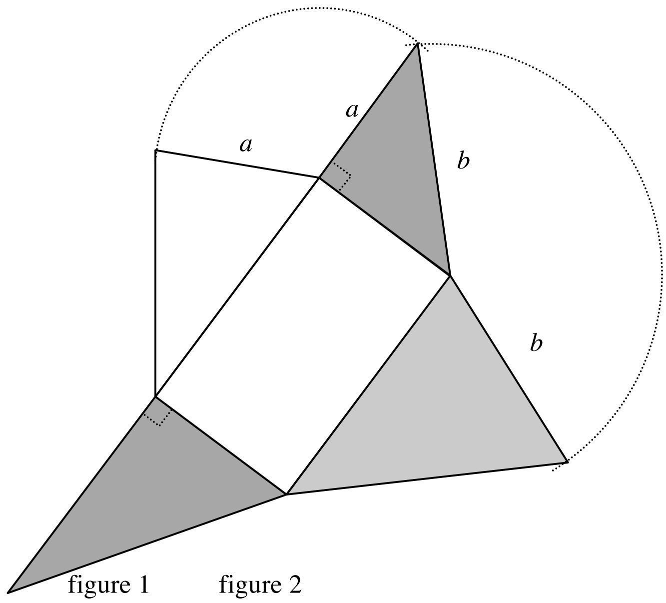
Domaine de connaissances

- Géométrie : géométrie dans l'espace et construction d'un patron, équivalence de longueurs de côtés

Analyse de la tâche

- Imaginer mentalement la construction de la pyramide par pliage selon les arêtes : les trois faces triangulaires qui se relèvent et concourent sur le sommet de la pyramide, laissant encore un trou. Ou découper effectivement le patron non terminé et plier les trois faces données pour se rendre compte des caractéristiques du « trou » triangulaire.
- Comprendre alors que certains côtés de triangles sont de même longueur puisqu'ils deviennent communs lorsque la pyramide est construite.

- En déduire que le quatrième triangle a un côté sur la largeur du rectangle, un côté égal à son voisin du triangle supérieur et l'autre égal à son voisin du triangle de droite. (*a* et *b* sur la figure 1)
- Construire ce dernier triangle par report des côtés au compas ou par mesurage et constater qu'il est rectangle, avec un angle doit sur la base (comme le triangle de gauche).
- Imaginer ou effectuer les mouvements des sommets des triangles lorsqu'on passe du patron à la réalisation de l'objet en trois dimensions, lorsque la base reste dans un plan horizontal (souvent le plan de la feuille posée sur la table) : les sommets des triangles rectangles de gauche et de droite restent dans le plan vertical contenant une arête de la base ; ils se retrouveront donc au-dessus de cette arête, la position sur l'arête pouvant être déterminée par le plan dans lequel se déplacent les deux sommets des autres faces. Comprendre alors qu'on ne voit que trois faces de la pyramide lorsqu'on la regarde du haut.
- Expliquer comment a été construit le quatrième triangle et dessinez la pyramide vue de dessus, soit par estimation visuelle ou par construction géométrique (Voir figure 2)



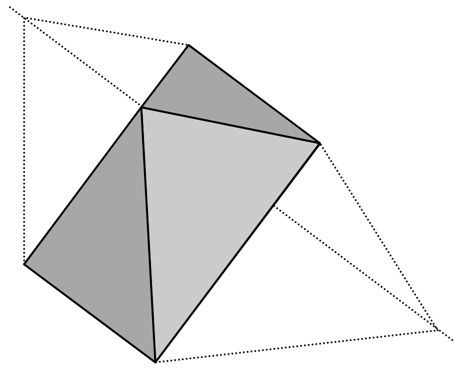


figure 1 figure 2

Attribution des points

4 Une construction correcte de la dernière face, où l'on comprend que les côtés du dernier triangle et des côtés des triangles « latéraux » sont égaux (par mesure des côtés ou par construction géométrique avec arcs de cercles ou par des dessins obtenus par ajustements successifs), où l'on voit que cette face est un triangle rectangle (sans juger de la qualité ou la précision du dessin)

et la réponse « 3 » pour le nombre de faces visibles, avec un dessin ou une esquisse (sans exiger la précision de la construction mais permettant de se rendre compte que le sommet est au-dessus d'un côté de la base)

3\. Une construction correcte du triangle, avec un dessin peu précis de la pyramide ne permettant pas d'arriver à la réponse « 3 » avec certitude

ou la réponse « 3 » avec une dessin correct de la pyramide et une construction approximative de la face triangulaire (on ne perçoit pas qu'il est rectangle ou que ses côtés sont isométriques à ceux des faces voisines)

2 Les deux constructions approximatives : la pyramide ne permettant pas d'arriver à la réponse « 3 » avec certitude

et la face triangulaire dont on ne perçoit pas qu'il est rectangle ou que ses côtés sont isométriques à ceux des faces voisines,

ou construction et justification correcte pour une seule des demandes

1 Dessins et explications approximatifs pour une des deux demandes

0 Incompréhension du problème

Degrés : 6, 7, 8

Origine: gpp

13. LA BOITE DE VIGNETTES (Cat. 6, 7, 8)

Matthieu conserve dans une boîte de nombreuses images de footballeurs dans une boîte. On sait que :

- Leur nombre se situe entre 1300 et 1500.
- Si on regroupe les vignettes par 2, il en reste une.
- Si on regroupe les vignettes par 3, il n'en reste pas.
- Si on fait des groupes de 5, on constate qu'il manque 2 vignettes pour que tous les groupes soient complets.
- Si on regroupe les vignettes par 7, il en reste 4.

Quel est le nombre de vignettes contenues dans la boîte ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALISI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : divisibilité, numération, multiples communs

Analyse de la tâche

- Comprendre que, comme il s'agit d'un nombre élevé d'objets, il est improductif de travailler par manipulation ou dessins, et qu'il est préférable de recourir à des écritures de nombres et de relations numériques.
- Trouver une méthode d'élimination ou de choix qui évite d'effectuer trop de divisions et de calculs de restes. Par exemple :

  Retenir les nombres qui se terminent par 3 et 8 (parce que leur reste est 3 dans une division par 5) ; éliminer les nombres pairs (le reste est 1 dans une division des nombres cherchés par 2) et conclure que les nombres cherchés se termineront par 3. Ne retenir que les multiples de 3 (troisième condition) et se limiter à examiner seulement 1323, 1353, 1383, 1413, 1443 et 1473. Parmi ceux-ci, vérifier ceux dont le reste est 4 dans une division par 7 et trouver que seul 1383 satisfait cette condition. ($1383 = 197 \times 7 + 4$)

Ou : écrire les multiples de 7 augmentés de 4 de 1300 à 1500, (1306, 1313, 1320, …), éliminer les nombres pairs et ne retenir que ceux qui se terminent par 3 (1313, 1383, 1453) pour ne conserver que 1383 qui est multiple de 3.

Attribution des points

4 Réponse correcte (1383) avec les détails d'une recherche systématique (qui montre l'unicité de la solution)

3 Réponse correcte avec les détails d'une recherche non exhaustive (sans être sûr de l'unicité de la solution)

2 Réponse correcte sans explication ou détails ou avec seulement une vérification
ou une erreur de calcul avec les détails d'une recherche systématique

1 Début de recherche, non systématique

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine: Riva del Garda