

## 20<sup>ème</sup> Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai Section de Bourg en Bresse



**Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d'essai pour la catégorie 4 (CM1).**

**Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.**

**Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégagant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.**

**2. LES CHOCOLATS DE VICTOR** (Cat 3, 4)

Victor a reçu quatre petites tablettes de chocolat noir, deux de chocolat blanc et une de chocolat praliné.

Il décide de manger une tablette chaque jour de la semaine prochaine, dès lundi ; mais il ne veut pas manger une même sorte de chocolat deux jours de suite.

**Dites quelle sorte de chocolat il pourra manger, chaque jour de la semaine.**

**Indiquez toutes les solutions que vous avez trouvées.**

**3. UNE PHOTO D'AFRIQUE** (Cat 3, 4)

Clara observe une grande photo d'un paysage d'Afrique.

Elle compte les zèbres et les girafes.

Il y en a 36 en tout et le nombre de zèbres est le double du nombre de girafes.

**Combien y a-t-il de girafes?**

**Combien y a-t-il de zèbres?**

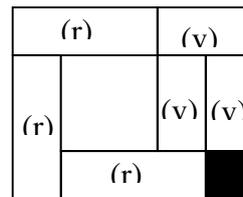
**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

#### 4. LES CARRÉS DE PAUL (Cat. 3, 4, 5)

Paul a reçu un jeu de construction, composé de huit pièces rangées dans une boîte, comme celle dessinée ici :

Il y a quatre sortes de pièces, de quatre couleurs:

- un grand carré blanc,
- trois petits rectangles verts, (v)
- trois grands rectangles rouges, (r)
- un petit carré noir.

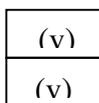


Colorier toutes les pièces rouges (r) et vertes (v)

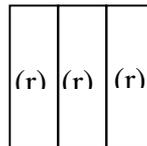
Le jeu consiste à former des carrés avec plusieurs pièces données.

Paul a pu former deux carrés de plusieurs pièces d'une seule couleur :

un vert



et un rouge



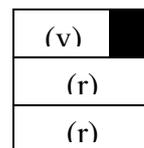
Il a aussi pu former beaucoup de carrés de trois couleurs (avec trois sortes de pièces).

Par exemple :

avec le carré noir,

un rectangle vert (v)

et deux rectangles rouges (r) :



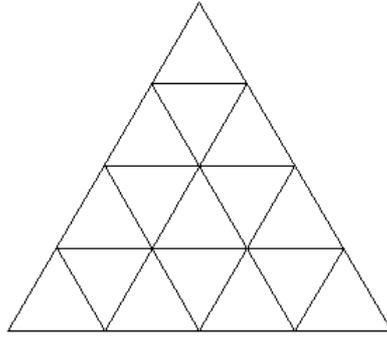
**Essayez de former un carré de deux couleurs (en utilisant deux sortes de pièces seulement).**

**Essayez de former un autre carré, de quatre couleurs, (en utilisant les quatre sortes de pièces).**

**Dessinez les carrés que vous avez pu former (seulement un de deux couleurs et seulement un de quatre couleurs) en faisant bien apparaître les pièces que vous avez utilisées.**

### 5. DES TRIANGLES DANS TOUS LES SENS (Cat. 3, 4, 5)

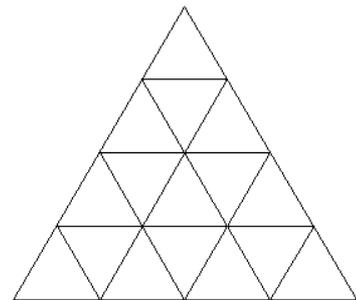
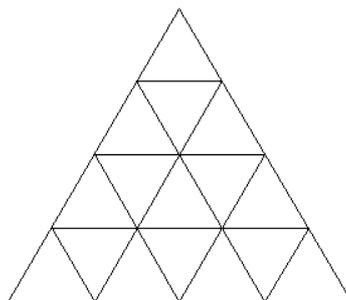
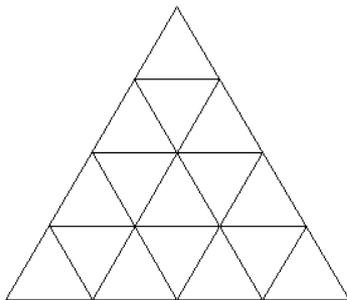
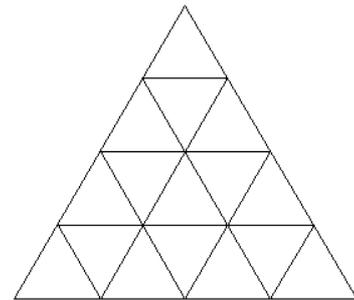
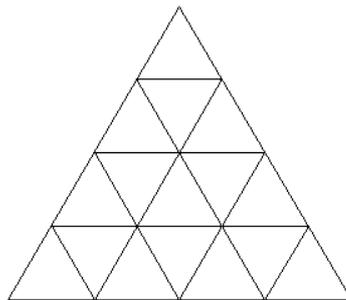
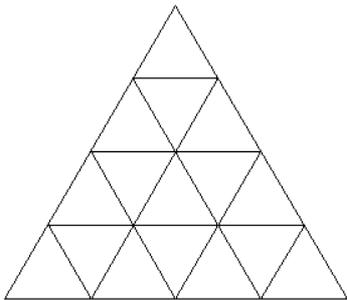
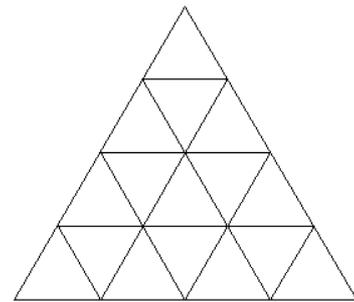
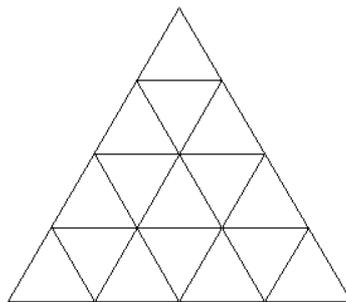
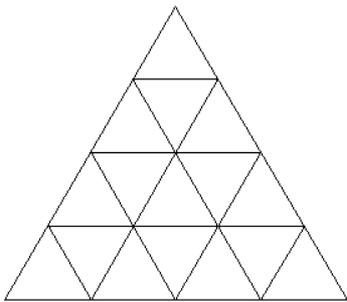
Il y a beaucoup de triangles dans cette figure, des petits, des plus grands .... Certains sont faciles à voir et d'autres moins.



**Combien peut-on voir de triangles en tout dans cette figure ?**

**Dites combien il y en a de chaque taille.**

Pour vous aider, vous pouvez utiliser les grilles ci-dessous et dessiner vos triangles de couleurs différentes.



**6. LES BUTS DU MONDIAL** (Cat. 4, 5)

André a collé dans un album les 145 photos des buts marqués pendant la coupe du monde de football 2010.

Les pages de l'album sont numérotées de 1 à 40.

Il a collé 6 photos sur la page 20 et 6 autres photos sur la page 21.

Ensuite, sur chaque page impaire (sauf la page 21), il a collé le même nombre de photos.

Enfin, sur chaque page paire (sauf la page 20), il a collé une photo de plus que sur chaque page impaire.

**Combien de photos André a-t-il collées sur la page 4 ? Et combien sur la page 33 ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

**7. MUSICIENS, COMEDIENS ET DANSEURS** (Cat. 4, 5, 6)

Les 20 élèves de la classe ont formé trois groupes pour un spectacle :

- un groupe de musiciens;
- un groupe de comédiens ;
- un groupe de danseurs.

Les musiciens sont les plus nombreux.

Les comédiens sont moins nombreux que les danseurs.

La différence entre le nombre de musiciens et le nombre de comédiens est plus petite que 7.

**Comment les 20 élèves ont-ils pu se répartir dans les trois groupes ?**

**Donnez toutes les possibilités et indiquez comment vous les avez trouvées.**

## 2. LES CHOCOLATS DE VICTOR (Cat 3, 4)

Victor a reçu quatre petites tablettes de chocolat noir, deux de chocolat blanc et une de chocolat praliné.

Il décide de manger une tablette chaque jour de la semaine prochaine, dès lundi ; mais il ne veut pas manger une même sorte de chocolat deux jours de suite.

**Dites quelle sorte de chocolat il pourra manger, chaque jour de la semaine.**

**Indiquez toutes les solutions que vous avez trouvées.**

### ANALYSE A PRIORI

#### Domaine de connaissances

- Combinatoire

#### Analyse de la tâche

- Procéder par essais et ajustements en contrôlant à chaque fois que la même sorte de chocolat n'apparaît pas deux jours de suite.

Ou : se rendre compte qu'il faut commencer par choisir les jours des quatre chocolats noirs et constater qu'il n'y a qu'une possibilité pour le faire ; les 1<sup>e</sup>, 3<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup> et 7<sup>e</sup> jours.

puis procéder de façon systématique pour placer les trois autres chocolats sur les trois autres jours, (par exemple en choisissant le jour du praliné, on s'aperçoit que les deux autres jours sont pour les chocolats blancs).

- Déterminer ainsi les trois solutions et les noter jour par jour d'une manière claire. (En toutes lettres ou par des abréviations sans ambiguïtés, ou par une disposition en lignes et colonnes du genre :

lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
noir	blanc	noir	blanc	noir	praliné	noir
noir	blanc	noir	praliné	noir	blanc	noir
noir	praliné	noir	blanc	noir	blanc	noir

#### Attribution des points

- 4 Les 3 solutions correctes clairement présentées : N B N B N P N , N B N P N B N et N P N B N B N
- 3 Les 3 solutions correctes avec une autre incorrecte  
ou 2 solutions correctes et pas de solution incorrecte
- 2 Les 3 solutions correctes avec plus d'une solution incorrecte  
ou 2 solutions correctes et une solution incorrecte  
ou une solution correcte et aucune incorrecte
- 1 2 solutions correctes avec plus d'une solution incorrecte  
1 solution correcte avec une seule solution incorrecte
- 0 1 solution correcte et plusieurs solutions incorrectes  
ou aucune solution correcte ou incompréhension du problème

**Niveau :** 3, 4

**Origine :** Luxembourg

**3. UNE PHOTO D'AFRIQUE** (Cat 3, 4)

Clara observe une grande photo d'un paysage d'Afrique.

Elle compte les zèbres et les girafes.

Il y en a 36 en tout et le nombre de zèbres est le double du nombre de girafes.

**Combien y a-t-il de girafes?**

**Combien y a-t-il de zèbres?**

**Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, double et moitié, proportionnalité (intuition)

**Analyse de la tâche**

- Comprendre les deux contraintes : les 36 animaux ; plus de zèbres que de girafes (le double).
- Procéder par essais de répartitions non systématiques ou par dessins, jusqu'à arriver à la solution (12, 24)

Ou, procéder par essais et ajustements systématiques à partir de l'une des deux contraintes :

- « 36 animaux » (1 et 35 ; 2 et 34 ; ...) jusqu'à obtenir le double de zèbres ;
- « le double de zèbres » (1 et 2 ; 2 et 4 ; 3 et 6 ; ...) jusqu'à obtenir une somme égale à 36 ;

Ou, commencer par répartir les 36 animaux en deux groupes égaux puis augmenter et diminuer simultanément chacun des nombres de façon à obtenir un nombre double de l'autre.

Ou, prendre en compte le rapport de 1 girafe pour 2 zèbres en imaginant des groupes de 3 animaux et conclure qu'il faudra 12 groupes, soit par la multiplication  $3 \times ? = 36$ , soit par la division  $36 : 3 = ?$  soit par additions répétées.

Ou, considérer directement que les animaux se répartissent en **une** partie de girafes et **deux** parties de zèbres pour voir ainsi les **trois** parties équivalentes - ou les trois tiers - et diviser immédiatement 36 par 3 pour trouver le nombre de girafes (stratégie peu probable en catégorie 3).

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (24 zèbres et 12 girafes), avec démarche claire (dessin, suite de calculs, tableau...) ou vérification des contraintes
- 3 Réponse correcte avec démarche peu claire ou absence de explication
- 2 Réponse « 24 girafes et 12 zèbres » (mauvaise interprétation du mot double) ou démarche correcte avec erreur de calcul
- 1 Réponse pour laquelle une seule des deux contraintes est vérifiée (total égal à 36 ou nombre de zèbres double du nombre de girafes)
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau** : 3, 4

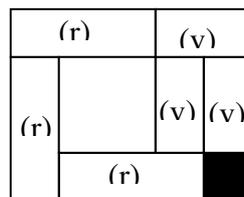
**Origine** : Udine

#### 4. LES CARRÉS DE PAUL (Cat. 3, 4, 5)

Paul a reçu un jeu de construction, composé de huit pièces rangées dans une boîte, comme celle dessinée ici :

Il y a quatre sortes de pièces, de quatre couleurs:

- un grand carré blanc,
- trois petits rectangles verts, (v)
- trois grands rectangles rouges, (r)
- un petit carré noir.

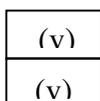


Colorier toutes les pièces rouges (r) et vertes (v)

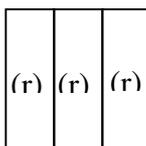
Le jeu consiste à former des carrés avec plusieurs pièces données.

Paul a pu former deux carrés de plusieurs pièces d'une seule couleur :

un vert



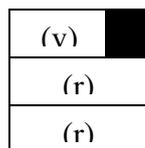
et un rouge



Il a aussi pu former beaucoup de carrés de trois couleurs (avec trois sortes de pièces).

Par exemple :

avec le carré noir,  
un rectangle vert (v)  
et deux rectangles rouges (r) :



**Essayez de former un carré de deux couleurs (en utilisant deux sortes de pièces seulement).**

**Essayez de former un autre carré, de quatre couleurs, (en utilisant les quatre sortes de pièces).**

**Dessinez les carrés que vous avez pu former (seulement un de deux couleurs et seulement un de quatre couleurs) en faisant bien apparaître les pièces que vous avez utilisées.**

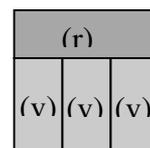
#### ANALYSE A PRIORI

##### Domaine de connaissances

- Géométrie : carrés, rectangles, aires

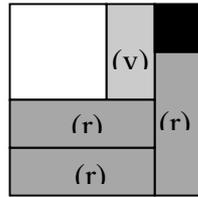
##### Analyse de la tâche

- Percevoir, d'après les figures données, les rapports entre les dimensions des quatre sortes de pièces : (1 x 1), (1 x 2), (1 x 3) et (2 x 2) afin de pouvoir les juxtaposer.
- Comprendre que pour construire les carrés on ne peut utiliser que les huit pièces à disposition pour chaque construction, mais qu'il n'est pas nécessaire de les utiliser toutes.
- Vérifier les deux exemples de carrés d'une seule couleur (qui utilisent pourtant plusieurs pièces).
- Chercher à construire un carré de deux couleurs (avec deux sortes de pièces) et voir qu'il n'y a qu'une possibilité pour un carré de 3 x 3, avec les trois petits rectangles et un grand rectangle (voir ci-dessous). (On ne peut utiliser ni le petit carré noir, ni le grand blanc car il faudrait encore deux autres sortes de pièces pour terminer la construction. Pour un carré plus grand, de 4 x 4, il faudrait aussi plus de deux sortes de pièces.)



- Constaté que, pour le carré avec quatre sortes de pièces, il n'existe pas de carré de 3 x 3, par essais ou par des considérations sur les aires. (Les quatre sortes de pièces donnent au minimum une aire de  $1 + 4 + 2 + 3 = 10$ , qui est supérieur à  $3 \times 3 = 9$ ). En cherchant à construire des carrés de 4 x 4, avec les quatre sortes de pièces, on s'aperçoit qu'il n'y a aussi qu'une solution, par essais (ou éventuellement, pour les plus grands élèves, par des considérations sur les aires : une pièce de chaque sorte donne déjà une aire de 10, pour aller à 16 il faut obligatoirement ajouter deux pièces d'aire 3, c'est-à-dire deux grands rectangles.)

- Former alors un carré de 4 x 4 avec le petit noir, le grand blanc, un petit rectangle vert et les trois grands rectangles rouges.



#### Attribution des points

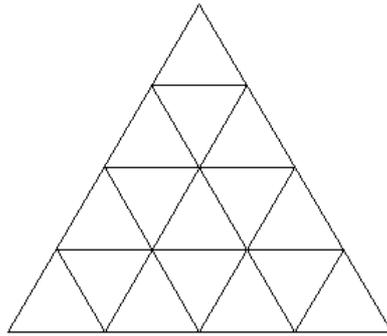
- 4 Les deux carrés dessinés correctement, avec les pièces apparentes indépendamment de la disposition des pièces
- 3 Les deux carrés dessinés correctement, mais avec la présence d'autres carrés obtenus avec les mêmes pièces, disposées autrement (contrairement à la demande : « ne dessinez qu'un seul carré de 2 ou 4 couleurs »)
- 2 Un seul des deux carrés dessiné correctement avec les pièces apparentes  
ou les deux carrés dessinés correctement avec un ou plusieurs autres carrés qui ne satisfont pas les conditions (avec par exemple deux carrés noirs, ou plus de trois rectangles gris clair, ou trois couleurs au lieu de deux...)
- 1 Un ou deux carrés de deux ou quatre couleurs, qui ne satisfont pas les conditions  
ou un rectangle (non carré) respectant les contraintes
- 0 Incompréhension du problème

**Niveaux :** 3, 4, 5.

**Origine :** Udine

**5. DES TRIANGLES DANS TOUS LES SENS (Cat. 3, 4, 5)**

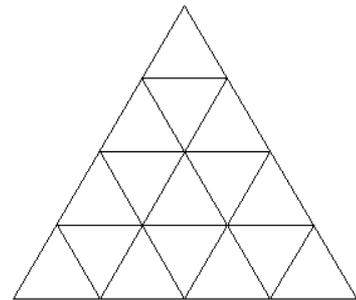
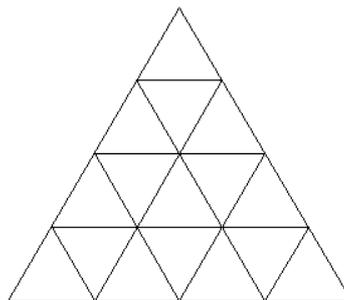
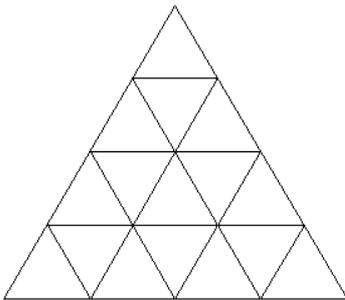
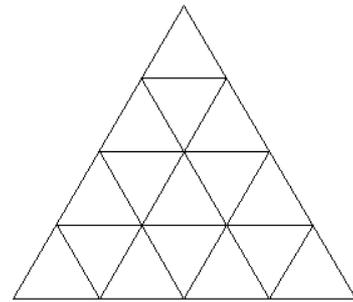
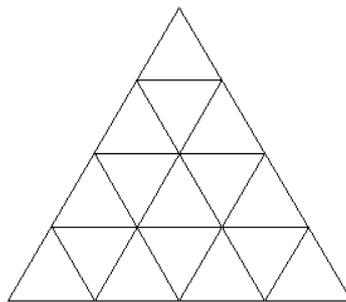
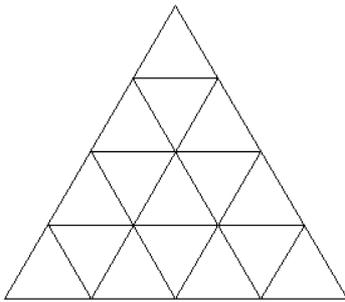
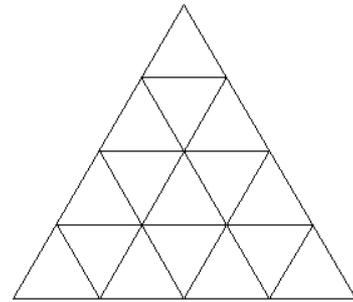
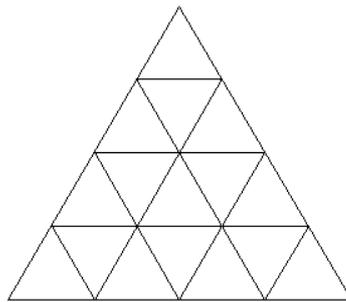
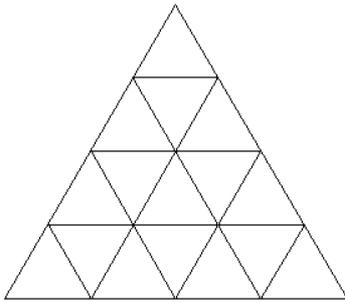
Il y a beaucoup de triangles dans cette figure, des petits, des plus grands .... Certains sont faciles à voir et d'autres moins.



**Combien peut-on voir de triangles en tout dans cette figure ?**

**Dites combien il y en a de chaque taille.**

Pour vous aider, vous pouvez utiliser les grilles ci-dessous et dessiner vos triangles de couleurs différentes.



---

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissances**

- Géométrie : reconnaissance de triangles dans une figure complexe
- Logique : dénombrement organisé

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il y a des triangles de tailles différentes et que certains peuvent en contenir d'autres plus petits.
- Identifier les quatre types de triangles.
- Compter tout d'abord les plus petits (16)
- S'organiser pour ne pas oublier de triangles parmi les autres types (qui se superposent partiellement) soit en les dessinant de couleurs différentes, soit en marquant leurs sommets ... et trouver :
  - les 7 qui contiennent 4 petits triangles, si l'on n'oublie pas celui du centre qui « a la tête en bas »,
  - les 3 qui contiennent 9 petits triangles,
  - et celui qui contient les 16 petits. Au total ;  $16 + 7 + 3 + 1 = 27$

Ou, découper un triangle fait de 4 petits triangles, un autre de 9 petits triangles les placer sur le grand triangle pour trouver toutes les positions qu'ils peuvent occuper.

**Attribution des points**

- 4 Réponse exacte et complète (27 triangles : 16 petits ; 7 de « quatre » ; 3 de « neuf » et le grand) avec tracé des différents triangles ou une liste ou autre description claire et correcte
- 3 Réponse avec l'oubli du triangle « tête en bas » (26 : 16 petits ; 6 de « quatre » ; 3 de « neuf » et le grand) ou réponse exacte (27) avec dessins ou inventaire mais sans indiquer le nombre de chaque catégorie
- 2 Réponse 27 ou 26 sans description ni dessin  
ou trois des quatre types de triangles identifiés et comptés sans erreurs  
ou identification des quatre types de triangles mais le dénombrement est incomplet et conduit à une réponse de 18 à 25
- 1 Seuls les petits triangles et le grand ont été identifiés (réponse 17)  
ou deux autres types de triangles
- 0 Incompréhension du problème ou seulement le grand triangle ou seulement les 16 petits

**Niveaux** : 3, 4, 5

**Origine** : Bourg-en-Bresse

**6. LES BUTS DU MONDIAL** (Cat. 4, 5)

André a collé dans un album les 145 photos des buts marqués pendant la coupe du monde de football 2010.

Les pages de l'album sont numérotées de 1 à 40.

Il a collé 6 photos sur la page 20 et 6 autres photos sur la page 21.

Ensuite, sur chaque page impaire (sauf la page 21), il a collé le même nombre de photos.

Enfin, sur chaque page paire (sauf la page 20), il a collé une photo de plus que sur chaque page impaire.

**Combien de photos André a-t-il collées sur la page 4 ? Et combien sur la page 33 ?**

**Expliquez votre raisonnement.**

---

**ANALYSE A PRIORI****Domaine de connaissance**

- Arithmétique : les 4 opérations, nombres pairs et impairs

**Analyse de la tâche**

- Comprendre qu'il reste 38 pages à remplir avec 133 photos.
- Comprendre aussi qu'il y a alors 19 pages paires et 19 pages impaires à remplir.
- Comprendre que chaque page paire contient une photo de plus que chaque page impaire.
- Procéder par essais et ajustements successifs, (par exemple en multipliant deux nombres qui se suivent par 19 et en les additionnant pour obtenir 133).

Ou partir de divisions et d'ajustements :

diviser 133 par 38, puis ajuster à partir du quotient (ou essayer en partant de  $38 \times \dots$  de s'approcher de 133) ;

diviser 133 par 19, on trouve 7 à partager entre une page paire (4 photos) et une page impaire (3 photos) ;

diviser approximativement 133 par 2 (prendre par exemple 66) et diviser le résultat par 19, puis ajuster.

Ou, soustraire 19 de 133 (une photo par page paire, diviser par 2 ;  $114 : 2 = 57$ , distribuer les 57 photos en parts égales sur les 19 pages  $57 : 19 = 3$  et conclure qu'il y a 3 photos par page impaire et 4 par page paire.

- Répondre à la question : 4 photos sur la page 4 et 3 photos sur la page 33.

**Attribution des points**

- 4 Réponse correcte (4 photos sur la page 4 et 3 photos sur la page 33), avec explications claires et complètes
- 3 Réponse correcte avec une explication incomplète ou confuse
- 2 Réponse correcte sans explication ou démarche correcte avec une seule erreur de calcul
- 1 Début de recherche correcte (au moins arriver à 133 photos à répartir sur 38 pages)
- 0 Incompréhension du problème

**Niveau :** 4, 5

**Origine:** Argentine

## 7. MUSICIENS, COMÉDIENS ET DANSEURS (Cat. 4, 5, 6)

Les 20 élèves de la classe ont formé trois groupes pour un spectacle :

- un groupe de musiciens;
- un groupe de comédiens ;
- un groupe de danseurs.

Les musiciens sont les plus nombreux.

Les comédiens sont moins nombreux que les danseurs.

La différence entre le nombre de musiciens et le nombre de comédiens est plus petite que 7.

**Comment les 20 élèves ont-ils pu se répartir dans les trois groupes ?**

**Donnez toutes les possibilités et indiquez comment vous les avez trouvées.**

### ANALYSE A PRIORI

#### Domaine de connaissances

- Arithmétique : dénombrement, addition, soustraction

#### Analyse de la tâche

- A la lecture du texte, comprendre que les nombres d'élèves dans les trois groupes sont ordonnés ainsi : nb. musiciens > nb. danseurs > nb. comédiens, que les trois nombres sont différents, que leur somme est 20, et qu'il y a 6 de différence, au maximum, entre le petit nombre et le grand nombre.
  - Comprendre que, pour répondre à la question, il faudra rechercher « toutes les manières de répartir les élèves » c'est-à-dire dresser l'inventaire complet des décompositions de 20 selon les contraintes citées ci-dessus.
  - Pour cela, on peut procéder par essais et ajustements, avec le risque de ne pas être exhaustif.
  - On peut aussi organiser les décompositions de façon à ne pas en oublier. Les modes d'organisation sont nombreux. En faisant des essais sur le nombre de comédiens auquel on ajoute de 1 à 6 pour obtenir le nombre de musiciens : on peut éliminer l'hypothèse « 1 » comédien car on aurait de 2 à 7 musiciens et donc de 17 à 12 danseurs, ce qui contredit une des contraintes.  $20 - (1 + 2) = 17$ ,  $20 - (1 + 3) = 16$ , ...  $10 - (1 + 7) = 12$ , de même, avec 2 comédiens, on aurait de 3 à 8 musiciens et donc de 15 à 10 danseurs, avec 3 comédiens, les essais de 4, 5, 6, 7, 8 musiciens donnent 13, 12, 11, 10, 9 danseurs mais l'essai de 9 musiciens (le maximum) donne  $20 - (3 + 9) = 8$  danseurs : première solution : **3 comédiens, 8 danseurs et 9 musiciens** ; avec 4 comédiens, on obtient les solutions **(4 ; 6 ; 10)** et **(4 ; 7 ; 9)** car (4 ; 8 ; 8), (4 ; 9 ; 7) ... sont à éliminer, avec 5 comédiens, on obtient les solutions **(5 ; 6 ; 9)** et **(5 ; 7 ; 8)** car (5 ; 11 ; 4), (5 ; 10 ; 5) ... sont à éliminer, avec 6 comédiens, il n'y a plus de solutions car (6 ; 12 ; 2), (6 ; 11 ; 3) ... (6 ; 7 ; 7) sont à éliminer.
- Ou : faire l'inventaire de toutes les décompositions de 20 en somme de trois termes différents ordonnés du plus petit au plus grand (1 + 2 + 17 ; 1 + 3 + 16 ; ... ; **3 + 8 + 9** ; 4 + 5 + 11 ; **4 + 6 + 10** ; **4 + 7 + 9** ; **5 + 6 + 9** et **5 + 7 + 8** et choisir celles où il n'y a pas plus de 6 de différence entre le petit et le grand terme.
- Exprimer la réponse dans le contexte donné : il y a 5 répartitions possibles (comédiens, danseurs, musiciens) : (3 ; 8 ; 9), (4 ; 6 ; 10), (4 ; 7 ; 9) (5 ; 6 ; 9) et (5 ; 7 ; 8).

#### Attribution des points

- 4 Les 5 répartitions correctes (voir ci-dessus) sans autre répartition et avec une méthode apparente
- 3 Les 5 répartitions correctes avec, en plus, au maximum deux répartitions inexactes qui respectent cependant l'ordre et le nombre total d'élèves
  - ou les 5 répartitions correctes, sans autres incorrectes, mais sans explications (au hasard, sans organisation)
  - ou 4 répartitions correctes, sans répartition supplémentaire incorrecte
- 2 3 ou 4 répartitions correctes avec d'autres répartitions inexactes qui respectent l'ordre et le nombre total d'élèves
  - ou 3 répartitions correctes sans répartition incorrecte
  - ou seulement les 2 répartitions (3 ; 8 ; 9) et (4 ; 6 ; 10) ; où les enfants ont compris « six de différence exactement » au lieu de « 6 de différence au maximum »
- 1 de 1 à 3 répartitions correctes avec d'autres répartitions incorrectes
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : Luxembourg + gp