

19^{ème} Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai Section de Bourg en Bresse



Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d'essai pour la catégorie 7 (6ème des collèges).

Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.

Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégagant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.

1. DES ROSES ET DES IRIS (Cat. 5, 6, 7)

Isidore, le fleuriste, a des roses et des iris. Il en fait 6 bouquets, sans mélanger les deux sortes de fleurs : certains avec des roses seulement, les autres avec des iris seulement. À la fin, il a utilisé toutes ses fleurs et a constitué ces bouquets : un bouquet de 3 fleurs, un de 5 fleurs, un de 7 fleurs, un de 10 fleurs, un de 15 fleurs et le dernier de 20 fleurs.

Isidore regarde l'un de ses bouquets et se dit : « Si je vends celui-ci, le nombre de roses qui me resteront sera le double de celui des iris qui me resteront ».

Quel bouquet Isidore regarde-t-il ?

Expliquez comment vous avez trouvé et dites de quelles fleurs pourraient être composés chacun des cinq bouquets qui restent.

2. NOMBRES CACHES (Cat. 5, 6, 7)

Albert lance un défi à son ami Jean.

« Regarde ce tableau : chaque symbole correspond à un nombre entier, formé d'un ou de deux chiffres. Un même symbole correspond toujours à un même nombre !

La somme des nombres d'une ligne est inscrite dans la dernière case à droite, la somme des nombres d'une colonne est inscrite dans la dernière case en bas.

Quels sont les nombres représentés par les quatre symboles ? »

Aidez Jean à trouver ces nombres.

Expliquez votre raisonnement.

★	△	★	□	29
○	★	○	○	30
△	□	△	△	13
□	□	★	○	20
23	18	34	17	

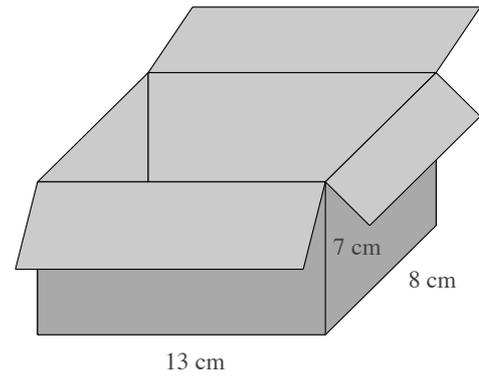
3. LA BOITE DE CUBES (Cat. 6, 7)

François a une boîte en forme de parallélépipède rectangle de dimensions intérieures 13 cm, 8 cm et 7 cm.

Il dispose de nombreux cubes en bois, les uns de 2 cm d'arête, les autres de 1 cm d'arête. François veut remplir complètement la boîte avec le moins possible de cubes.

Combien doit-il en mettre de chaque sorte ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



4. BALLON DE FOOTBALL (Cat. 6, 7, 8)

Un ballon de football est formé de 12 pentagones réguliers et de 20 hexagones réguliers maintenus entre eux par des coutures.

Leurs côtés mesurent tous 4,5 cm.

Quelle est la longueur totale des coutures ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.



5. JEU D'ANNIVERSAIRE (Cat. 5, 6, 7)

Pour son anniversaire, Corinne invite cinq amies : Amandine, Béatrice, Danielle, Émilie et Francine.

Après le repas, elles décident de former des équipes de deux pour jouer aux cartes. Mais...

- Amandine ne veut être ni avec Francine ni avec Béatrice,
- Béatrice ne veut pas faire équipe avec Émilie,
- Corinne demande de faire équipe avec Francine ou avec Béatrice,
- Danielle n'accepte de faire équipe qu'avec Béatrice ou avec Corinne,
- Francine ne s'entend qu'avec Amandine, avec Corinne et avec Danielle.



Constituez les équipes de deux joueuses respectant les volontés de chacune.

Y a-t-il une seule façon de constituer les équipes ?

Expliquez votre réponse.

6. LES DES PERDUS (Cat. 5, 6, 7)

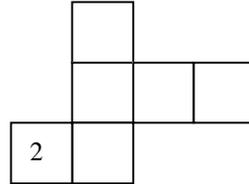
Marthe a perdu les dés de son jeu préféré.

Ces dés étaient spéciaux. Sur leurs faces :

- les nombres étaient tous différents
- et ils étaient tous pairs et inférieurs à 20.

Les nombres étaient en outre disposés de telle manière que sur deux faces opposées, un nombre était le double de l'autre : par exemple, si sur une face il y avait le nombre 2, sur la face opposée il y avait le nombre 4.

Afin de pouvoir encore utiliser son jeu, Marthe a décidé de construire les dés en carton et a préparé un modèle à découper, qui est représenté ici et sur lequel elle a déjà noté le nombre 2.



Quels autres nombres Marthe pourra-t-elle écrire sur le modèle de son dé ?

Dessinez toutes les possibilités de disposer les cinq autres nombres sur ce modèle, avec un dessin pour chaque possibilité.

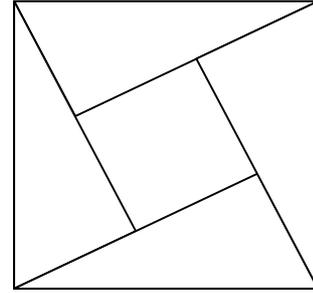
Expliquez comment vous avez trouvé les nombres.

7. LE CHAMP DE GRAND-PERE (Cat. 6, 7, 8)

Un grand père offre à ses cinq petits-enfants un champ de forme carrée divisé en cinq parcelles, un carré et quatre triangles, telles que la longueur des côtés du carré situé au centre est égale à celle des petits côtés de chacun des quatre triangles. (Voir figure ci-contre)

Selon vous, les cinq parcelles ont-elles la même aire ?

Justifiez votre réponse.



1. DES ROSES ET DES IRIS (Cat. 5, 6, 7)

Isidore, le fleuriste, a des roses et des iris. Il en fait 6 bouquets, sans mélanger les deux sortes de fleurs : certains avec des roses seulement, les autres avec des iris seulement. À la fin, il a utilisé toutes ses fleurs et a constitué ces bouquets : un bouquet de 3 fleurs, un de 5 fleurs, un de 7 fleurs, un de 10 fleurs, un de 15 fleurs et le dernier de 20 fleurs.

Isidore regarde l'un de ses bouquets et se dit : « Si je vends celui-ci, le nombre de roses qui me resteront sera le double de celui des iris qui me resteront ».

Quel bouquet Isidore regarde-t-il ?

Expliquez comment vous avez trouvé et dites de quelles fleurs pourraient être composés chacun des cinq bouquets qui restent.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances :

- Arithmétique : addition de nombres naturels et partage en deux parties dont l'une est le double de l'autre

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : bouquets composés soit d'iris, soit de roses, sans bouquets mixtes ; les fleurs qui resteront après la vente d'un bouquet seront celles qui composent les cinq autres bouquets, toujours des roses ou des iris.

- Travailler par essais sans organisation :

vente du premier bouquet de 3 fleurs ; il reste $5 + 7 + 10 + 15 + 20 = 57$ fleurs ; recherche d'une répartition « nombre de roses est le double du nombre d'iris » : impossible avec un seul bouquet d'iris, impossible avec 2 bouquets d'iris, impossible avec 3 bouquets, etc. et se rendre compte qu'on ne pourra pas arriver avec les nombres à disposition à une somme de 19 pour les iris et 38 pour les roses ;

même démarche pour la vente du deuxième bouquet, etc.

découverte qu'avec le cinquième bouquet de 15 fleurs, il reste $3 + 5 + 7 + 10 + 20 = 45$ fleurs qu'on peut répartir entre 5 + 10 iris et $3 + 7 + 20 = 30$ roses, ou entre 3 + 5 + 7 iris et 10 + 20 roses ;

vérifier que, avec le sixième bouquet, il reste 40 fleurs et que la répartition est impossible.

Ou : calculer le nombre total de fleurs : $3 + 5 + 7 + 10 + 15 + 20 = 60$; se rendre compte qu'il faudra essayer toutes les possibilités pour les restes après la vente d'un bouquet : $60 - 3 = 57$; $60 - 5 = 55$; $60 - 7 = 53$; $60 - 10 = 50$; $60 - 15 = 45$; $60 - 20 = 40$; et se rendre compte en outre que si le nombre de roses qui restent est le double de celui des iris, le nombre total de fleurs restant sera le triple de celui des iris et ne considérer par conséquent que les multiples de 3 : 57 et 45. Voir, comme précédemment, que pour le premier cas la répartition 19 - 38 n'est pas possible et que seule la répartition 15 - 30 permet d'arriver aux solutions : vente du bouquet de 15 fleurs, il reste 2 bouquets de 5 et 10 iris et 3 bouquets de 3, 7 et 20 roses ou bien il reste 3 bouquets de 3, 5 et 7 iris et 2 bouquets de 10 et 20 roses.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte et complète (vente du bouquet de 15 fleurs, il reste 2 bouquets de 5 et 10 iris et 3 bouquets de 3, 7 et 20 roses ; ou bien il reste 3 bouquets de 3, 5 et 7 iris et 2 bouquets de 10 et 20 roses) avec explication de la démarche et vérification qu'il n'y a que le bouquet de 15 fleurs qui convient (que celui-ci n'a pas été trouvé par hasard et que les autres cas ont été envisagés)
- 3 Réponse correcte et complète, avec explications du raisonnement sans vérifier qu'il n'y a qu'une seule réponse valide à la première question, ou réponse correcte avec explications du raisonnement et vérification de l'unicité de la réponse à la première question, mais avec l'indication d'une seule possibilité pour les compositions des 5 bouquets restant
- 2 Réponse correcte et complète, sans explications, ou découverte que le bouquet vendu ne peut être que 3 ou 15 car le reste doit être un multiple de 3 (57 ou 45), sans arriver à trouver la répartition
- 1 Début de démarche, calcul de la différence entre 3 et 60 ou 15 et 60, décomposition de cette différence avec un nombre et son double
- 0 Autre réponse ou incompréhension du problème

Niveau : 5, 6, 7

Origine : Bourg-en-Bresse (d'après Perelman, La mathématique vivante, Cedic)

2. NOMBRES CACHES (Cat. 5, 6, 7)

Albert lance un défi à son ami Jean.

« Regarde ce tableau : chaque symbole correspond à un nombre entier, formé d'un ou de deux chiffres. Un même symbole correspond toujours à un même nombre !

La somme des nombres d'une ligne est inscrite dans la dernière case à droite, la somme des nombres d'une colonne est inscrite dans la dernière case en bas.

Quels sont les nombres représentés par les quatre symboles ? »

Aidez Jean à trouver ces nombres.

Expliquez votre raisonnement.

★	△	★	□	29
○	★	○	○	30
△	□	△	△	13
□	□	★	○	20
23	18	34	17	

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissance

- Arithmétique : les quatre opérations dans l'ensemble des naturels.
- Logique : formuler des hypothèses qui tiennent compte des relations et des conditions exprimées dans le texte; attribuer à un symbole un sens cohérent avec les données assignées par le texte.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'un même symbole correspond toujours à un même nombre, formé d'un ou deux chiffres.
- Démarche « essai erreur », attribuer des valeurs aux différents symboles, effectuer les additions et comparer les résultats avec les nombres écrits à la fin des lignes et des colonnes.

Ou : procéder par comparaison et déduction, par exemple :

comparer la première ligne et la première colonne et déduire que la valeur du symbole « étoile » équivaut à la valeur du « cercle » plus 6. Par la suite, à partir de la seconde ligne, trouver la valeur du « cercle » : $4 \times \text{"cercles"} + 6 = 30$, soit $4 \times \text{« cercle »} = 24$, donc « cercle » = $24 : 4 = 6$;

trouver ensuite la valeur du symbole « étoile » : $6 + 6 = 12$;

observer la 3^e colonne et trouver la valeur du « triangle » : $34 - (12 + 12 + 6) = 4$; ou, à partir de la 4^e ligne, trouver la valeur du « carré » : $[20 - (12 + 6)] / 2 = 1$.

Ou : procéder par hypothèse et déduction, par exemple : observer que la deuxième ligne est composée de trois « cercles » et une « étoile »; attribuer au « cercle » une valeur, par exemple : 1. En remplaçant les « cercles » par la valeur assignée, trouver la valeur de l'« étoile », dans ce cas, $30 - 3 = 27$. De suite comparer avec le total de la deuxième colonne et se rendre compte que la valeur de l'« étoile » ne peut être 27 car elle est supérieure au résultat de la colonne (18). En effectuant d'autres tentatives et comparaisons, déduire la valeur du cercle qui est 6 et la valeur de l'étoile qui est 12. De la troisième colonne, on tire la valeur du « triangle » : $34 - [12 + 12 + 6] = 4$.

À ce moment, la valeur du carré peut être trouvée directement.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (cercle : 6, étoile : 12, carré : 1, triangle : 4) avec description du raisonnement utilisé
- 3 Réponse correcte (les quatre valeurs exactes) sans description du raisonnement ou trois valeurs exactes avec explications
- 2 Trois valeurs exactes sans explications ou deux valeurs exactes avec explications
- 1 Deux valeurs exactes sans explications ou une seule valeur exacte avec explications
- 0 Incompréhension du problème
ou tentatives stériles avec erreurs de calcul, l'utilisation de nombres décimaux, ou seulement une valeur exacte sans explications

Niveau : 5, 6, 7

Origine: Rozzano

3. LA BOITE DE CUBES (Cat. 6, 7)

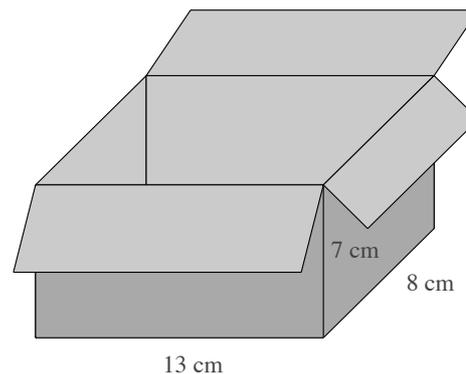
François a une boîte en forme de parallélépipède rectangle de dimensions intérieures 13 cm, 8 cm et 7 cm.

Il dispose de nombreux cubes en bois, les uns de 2 cm d'arête, les autres de 1 cm d'arête.

François veut remplir complètement la boîte avec le moins possible de cubes.

Combien doit-il en mettre de chaque sorte ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : visualisation spatiale, cube et parallélépipède rectangle
- Grandeurs et mesures : concept de volume, volume du cube et du parallélépipède rectangle ; unité de mesure pour les volumes
- Arithmétique : divisibilité, nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'on ne peut pas remplir complètement la boîte en utilisant uniquement des cubes de 2 cm d'arête, même si le calcul du volume de la boîte divisé par le volume d'un cube de 2 cm d'arête donne un résultat entier ($728 : 8 = 91$)
- Constater qu'on peut mettre au maximum 72 cubes de 2 cm d'arête dans la boîte ($6 \times 3 \times 4 = 72$).
- Se rendre compte que pour remplir la boîte on doit ajouter des cubes sur la longueur et sur la hauteur.
- Deux méthodes sont envisageables pour trouver le nombre de cubes de 1 cm d'arête :
calculer le volume du parallélépipède (728 cm^3) et celui occupé par les cubes de 2 cm d'arête ($72 \times 8 = 576 \text{ cm}^3$), faire la différence ($728 - 576$) et trouver que 152 cm^3 est le volume occupé par les cubes de 1 cm d'arête; comprendre que 152 exprime aussi le nombre de cubes de 1 cm d'arête ;
ou bien, compter directement les cubes (p. ex. $7 \times 8 + 13 \times 8 - 8 = 152$) en utilisant par exemple les notions de nombres pairs et impairs, à chaque mesure de longueur impaire correspond la présence de cubes d'1 cm d'arête.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (72 cubes de 2 cm d'arête; 152 cubes de 1 cm d'arête) avec explications claires
- 3 Réponse correcte avec explications peu claires ;
ou démarche correcte avec explications claires mais avec des erreurs de calcul (la réponse 160 pour le nombre de cubes de 1 cm d'arête est à considérer comme erreur de raisonnement et non comme simple erreur de calcul)
- 2 Réponse correcte pour le nombre d'un seul type de cubes avec explications claires et réponse erronée pour l'autre
- 1 Seulement un des deux nombres sans explications
- 0 Incompréhension du problème ou réponse « $91 + 0$ »

Niveau : 6, 7

Origine : Luxembourg

4. BALLON DE FOOTBALL (Cat. 6, 7, 8)

Un ballon de football est formé de 12 pentagones réguliers et de 20 hexagones réguliers maintenus entre eux par des coutures.

Leurs côtés mesurent tous 4,5 cm.



Quelle est la longueur totale des coutures ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : forme géométrique, pavage (3D)
- Grandeurs et mesures : périmètre, unité de longueur

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que le ballon (« sphérique ») est assimilable à un polyèdre (icosaèdre tronqué) et que toute pièce est forcément attachée à d'autres, par ses côtés.
- Comprendre que tout côté est cousu avec un autre, donc que le nombre total de côtés doit être divisé par 2 pour obtenir le nombre de coutures.
- Déterminer le nombre de coutures en comptant tous les côtés de polygones et en divisant par 2 :

$$(12 \times 5 + 20 \times 6) : 2 = 90$$

Ou, déterminer le nombre de coutures à partir de l'analyse du dessin, constatant qu'à chaque pentagone sont associés 5 hexagones, donc 12×5 coutures, et que chaque hexagone possède 3 coutures avec un autre hexagone, soit $[(20 \times 3) : 2]$ coutures ; au total $(12 \times 5) + (20 \times 3) : 2 = 90$.

L'utilisation de diverses procédures de calcul permet de vérifier les réponses obtenues.

- Calculer la longueur de la couture : $90 \times 4,5$ cm, soit 405 cm

Attribution des points

- 4 Solution complète (405 cm) avec explications complètes de la démarche (calcul du nombre de coutures, calcul de la longueur totale des coutures)
- 3 Solution correcte, avec explications incomplètes
ou réponse 90 avec explications (oubli du calcul de la longueur totale)
- 2 Solution correcte sans aucune explication
ou solution erronée due à une erreur de calcul, avec explications suffisantes
- 1 Début de raisonnement correct, mais démarche non aboutie
ou plus d'une faute de calcul
ou réponse 810 cm (oubli de la division par 2)
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 6, 7, 8

Origine : Belgique

5. JEU D'ANNIVERSAIRE (Cat. 5, 6, 7)

Pour son anniversaire, Corinne invite cinq amies : Amandine, Béatrice, Danielle, Émilie et Francine.

Après le repas, elles décident de former des équipes de deux pour jouer aux cartes. Mais...

- Amandine ne veut être ni avec Francine ni avec Béatrice,
- Béatrice ne veut pas faire équipe avec Émilie,
- Corinne demande de faire équipe avec Francine ou avec Béatrice,
- Danielle n'accepte de faire équipe qu'avec Béatrice ou avec Corinne,
- Francine ne s'entend qu'avec Amandine, avec Corinne et avec Danielle.



Constituez les équipes de deux joueuses respectant les volontés de chacune.

Y a-t-il une seule façon de constituer les équipes ?

Expliquez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique

Analyse de la tâche

- Utiliser les indices et dresser des listes d'équipes possibles au fur et à mesure de la lecture, soit sous forme d'une liste soit sous la forme de listes distinctes selon les amies, soit sous forme de tableau à double entrée.
- 1er indice : les équipes possibles pour Amandine sont A-E ; A-C ; A-D
- 2e indice : les équipes possibles pour Béatrice sont B-C ; B-D ; B-F (pas B-A puisque Amandine ne veut pas être avec Béatrice).
- 3e indice : les équipes pour Corinne sont C-F ou C-B. Donc Amandine ne peut être avec Corinne (~~A-C~~).
- 4e indice : les équipes pour Danielle sont D-B ou D-C. Donc Amandine ne peut être avec Danielle (~~A-D~~). Donc Amandine est avec Émilie.
- 5e indice : Francine fait équipe avec Corinne car Amandine est déjà avec Émilie et Danielle n'a pas choisi Francine. Donc Béatrice fait équipe avec Danielle.

Ou : on choisit un couple, on regarde s'il est compatible avec les indices ; si oui on en choisit un autre et l'on continue. Sinon on teste un autre couple, etc...

Ou encore en écrivant toutes les possibilités (combinatoire) et en éliminant celles qui ne sont pas réalisables à partir de l'énoncé

A-B ; A-C ; A-D ; A-E ; A-F
 B-C ; B-D ; B-E ; B-F
 C-D ; C-E ; C-F
 D-E ; D-F
 E-F

Ou encore par représentations graphiques (flèches, ...)

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Amandine et Émilie, Béatrice et Danielle, Corinne et Francine) avec explications de la démarche. (tableau, illustration) permettant de conclure qu'il n'y a qu'une seule solution.
- 3 Réponse correcte, avec explications insuffisantes, ne permettant pas de s'assurer de l'unicité de la solution.
- 2 Réponse correcte sans aucune explication ou du genre : « nous avons fait des essais et nous avons trouvé » ou deux équipes correctes avec explications de la démarche
- 1 Début de démarche correcte avec détermination d'une seule équipe correcte ou une ou deux équipes, sans explication...
- 0 Incompréhension du problème.

Niveau : 5, 6, 7

Origine : Belgique

6. LES DES PERDUS (Cat. 5, 6, 7)

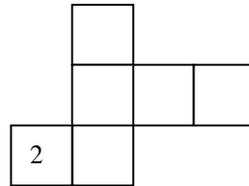
Marthe a perdu les dés de son jeu préféré.

Ces dés étaient spéciaux. Sur leurs faces :

- les nombres étaient tous différents
- et ils étaient tous pairs et inférieurs à 20.

Les nombres étaient en outre disposés de telle manière que sur deux faces opposées, un nombre était le double de l'autre : par exemple, si sur une face il y avait le nombre 2, sur la face opposée il y avait le nombre 4.

Afin de pouvoir encore utiliser son jeu, Marthe a décidé de construire les dés en carton et a préparé un modèle à découper, qui est représenté ici et sur lequel elle a déjà noté le nombre 2.



Quels autres nombres Marthe pourra-t-elle écrire sur le modèle de son dé ?

Dessinez toutes les possibilités de disposer les cinq autres nombres sur ce modèle, avec un dessin pour chaque possibilité.

Expliquez comment vous avez trouvé les nombres.

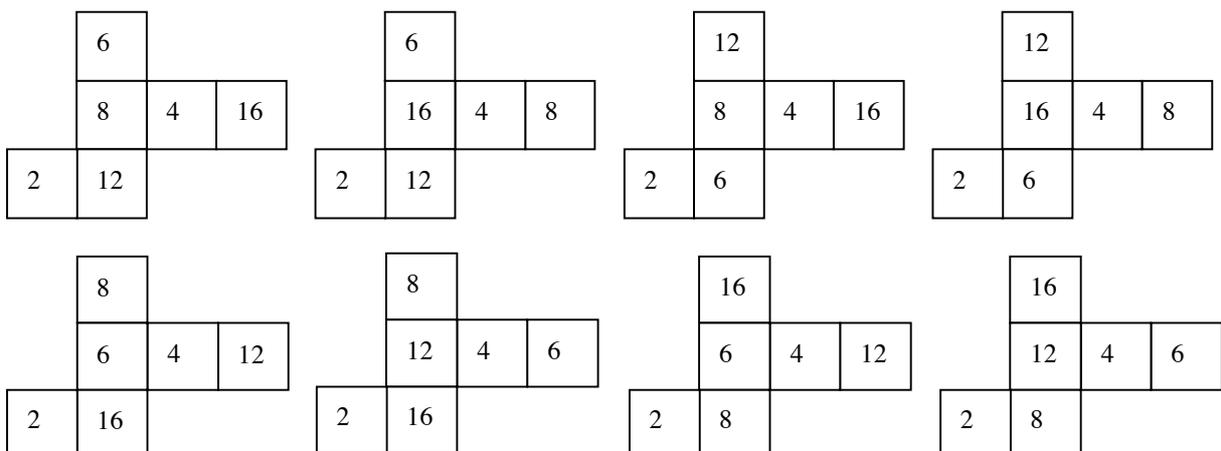
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : le cube et son développement
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Prendre les nombres pairs inférieurs à 20 (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18)
- Écarter 0, qui n'a pas de double différent de lui-même, puis 10, 14 et 18 qui sont le double d'un nombre impair et la moitié d'un nombre supérieur ou égal à 20.
- Appairer les nombres restants (2, 4, 6, 8, 12, 16) de manière que dans chaque paire l'un soit le double de l'autre : (2 - 4 ; 6 - 12 ; 8 - 16) et les disposer sur les faces.
- Préparer des modèles et y noter les nombres de manière organisée afin d'avoir toutes les solutions : il n'y a qu'un emplacement pour le 4, quatre emplacements pour le deuxième couple (6 - 12) et deux emplacements restants pour le troisième couple (8 - 16). Il y a donc 8 (4 x 2) possibilités qui sont représentées ici :



Attribution des points

- 4 Réponse correcte (les six nombres 2 et 4; 6 et 12; 8 et 16; les huit dessins) avec explications sur la manière dont ont été trouvés les couples de nombres pairs, sans dessins incorrects
- 3 Réponse correcte pour les six nombres, avec explications et au moins 4 développements, sans dessins incorrects
- 2 Liste des six nombres, avec ou sans explications et au moins 2 développements corrects (on tolère un ou deux développements incorrects)

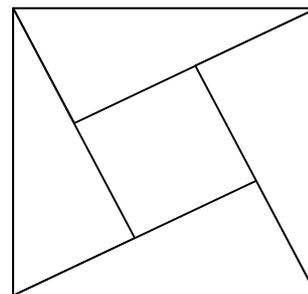
- 1 Seulement les six nombres, avec ou sans explications
ou erreur sur les six nombres, avec cependant des dispositions cohérentes
ou un seul développement correct (on tolère plusieurs développements incorrects)
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux 5, 6, 7

Origine: Udine

7. LE CHAMP DE GRAND-PERE (Cat. 6, 7, 8)

Un grand père offre à ses cinq petits-enfants un champ de forme carrée divisé en cinq parcelles, un carré et quatre triangles, telles que la longueur des côtés du carré situé au centre est égale à celle des petits côtés de chacun des quatre triangles. (Voir figure ci-contre)



Selon vous, les cinq parcelles ont-elles la même aire ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaines de connaissances

- Géométrie : décomposition et recombinaison de figures planes; aire du carré et du triangle rectangle ; isométries

Analyse de la tâche

- Observer la figure et constater que, par construction, chacun des quatre triangles est rectangle (l'un de ses angles, dont le sommet est commun à celui du carré intérieur, est droit, comme celui du carré).
 - Constater également que la longueur du grand côté de l'angle droit de chaque triangle est constituée d'un côté du carré intérieur et du petit côté d'un autre triangle, lui-même de même longueur que le côté du carré intérieur et que, par conséquent, le grand côté de l'angle droit de chaque triangle est le double du petit côté ou du côté du carré intérieur. Comprendre alors que les quatre triangles sont isométriques et, par conséquent, de même aire.
 - Comprendre que le problème consiste à confronter l'aire du carré central avec celle d'un des triangles rectangles :
 - par des calculs d'aires : si c est la mesure du côté du carré central, son aire est c^2 , les mesures des côtés de l'angle droit d'un triangle sont c et $2c$ et son aire vaut $(c2c) / 2 = c^2$. Cette justification au moyen d'écritures littérales, peut aussi se faire par explications verbales, ou en attribuant une valeur numérique au côté du carré central (par exemple 1) et les valeurs correspondantes aux côtés du triangle, ou encore en prenant les mesures nécessaires sur la figure (à condition de respecter explicitement le rapport des côtés du triangle) ;
 - par une décomposition en unités d'aire élémentaires, par exemple le pavage par des triangles de la figure 1. (À ce propos, il faut constater que le triangle inférieur de la figure est partagé en quatre petits triangles isométriques, dont trois sont images l'un de l'autre par une translation et celui du centre par une symétrie centrale. On n'exigera pas cependant une démonstration plus formelle.)
 - par des décompositions et recombinaisons, par exemple : translation du triangle inférieur pour constituer un rectangle ayant pour largeur le côté du carré et pour longueur le double de ce côté, d'où 2 triangles équivalent (pour l'aire) à 2 carrés et 1 triangle équivaut donc au carré (figure 2) ; ou rotation d'un petit triangle de 180 degrés pour reconstituer un carré avec le trapèze rectangle restant (figure 3) ou transformation du grand carré en cinq carrés en croix en répétant la transformation précédente (figure 4) etc.
- (À propos de la figure 3, il faut constater que le prolongement du grand côté de l'angle droit d'un triangle coupe le côté du carré initial en son milieu, ce qui pourrait se justifier par Thalès ou par le découpage de la figure 1.)

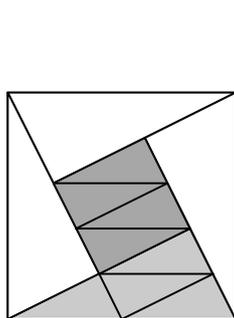


figure 1

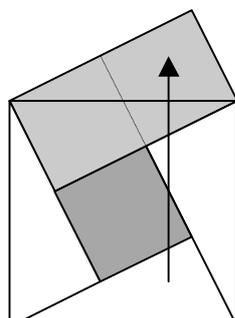


figure 2

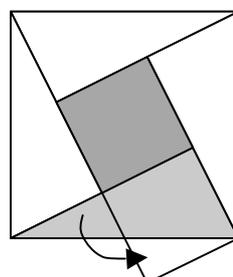


figure 3

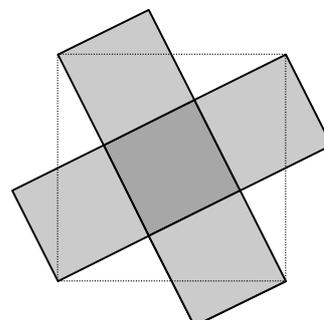


figure 4

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Oui) avec une explication claire et complète (Reconnaissance explicite des propriétés des triangles et de leur isométrie, puis équivalence des triangles et du carré par l'une des méthodes prévues dans l'analyse a priori)
- 3 Réponse correcte (Oui) avec une explication insuffisante (sans constater explicitement que les triangles sont rectangles et isométriques ou sans décrire les raisons des équivalences, montrées seulement par des dessins, ou par des calculs d'aire non généralisables)
- 2 Réponse correcte (Oui) avec une explication empirique (découpage et superpositions sans justifications, mesures prises à la règle sans tenir compte des rapports)
- 1 Réponse incomplète avec seulement la reconnaissance de l'équivalence des quatre triangles
- 0 Incompréhension du problème ou seulement la réponse « oui »

Degrés : 6, 7, 8**Origine : Lodi**