19ème Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai
Section de Bourg en Bresse

Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d'essai pour la catégorie 6 (6ème des collèges).
Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.
Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégageant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.

8. SOMMES ET PRODUITS (Cat. 5, 6)

Dans une classe, la maîtresse demande à ses élèves d'écrire des additions dont la somme est 25. Elle précise : « Pour ces additions, vous ne pouvez utiliser que les nombres suivants : 1, 2, 5, 10 et 20. »

Jules propose : 10 + 5 + 5 + 5 = 25.

Sophie propose : 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 10 + 5 = 25.

La maîtresse demande ensuite à chaque élève de remplacer les signes « + » par des signes « x » et de calculer les produits.

Jules obtient : 10 x 5 x 5 x 5= 1250.

Et Sophie obtient : 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 10 x 5 = 1600.

Écrivez, vous aussi, des sommes égales à 25 en n'utilisant que les nombres 1, 2, 5, 10 et 20. Puis calculez le produit des nombres utilisés.

Quel est le plus grand produit qu'on peut obtenir en choisissant bien les nombres ?

Et quel est le plus petit produit ?

Expliquez comment vous avez trouvé ces produits.

9. DROLE DE NOMBRE (Cat. 5, 6)

Le numéro de la plaque de la voiture de Miss Math est particulier : 23651 ;

- il est formé de 5 chiffres, tous différents ;
- le troisième chiffre est le produit des deux premiers chiffres (6 = 2 x 3);
- le troisième chiffre est aussi la somme des deux derniers chiffres (6 = 5 + 1).

Miss Math se demande combien de numéros à 5 chiffres ont les mêmes caractéristiques que celui de la plaque de sa voiture.

Aidez-la à trouver la réponse au problème et notez tous les détails de votre démarche.

10. DES ŒUFS EN CHOCOLAT TROP LEGERS (Cat. 5, 6, 7)

Monsieur Michel, propriétaire d'une fabrique de chocolat, s'aperçoit qu'une de ses 12 machines qui produisent des oeufs en chocolat est mal réglée.

Les oeufs qui sortent de cette machine ne pèsent que 24 grammes chacun alors que toutes les autres machines produisent des oeufs de 25 grammes.

Monsieur Michel, qui aime beaucoup les devinettes, demande à son épouse de découvrir quelle est la machine mal réglée, mais en une seule pesée.

Madame Michel, très futée, numérote les machines de 1 à 12, et met sur la balance : 1 oeuf fabriqué par la machine n° 1, 2 oeufs de la machine n° 2, 3 œufs de la machine n° 3, et, ainsi de suite jusqu'à 12 œufs de la machine n°12.

Ces œufs pèsent ensemble 1942 grammes et Madame Michel peut savoir, avec cette unique pesée, quelle est la machine mal réglée.

Selon vous, quelle machine est mal réglée ?

Expliquez le raisonnement qui vous a permis de trouver la réponse.

11. JEU DES MULTIPLES ET DIVISEURS (Cat. 6, 7, 8)

Deux joueurs A et B jouent sur une grille de 40 cases numérotées de 1 à 40 :

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40

Le joueur A commence : il barre un nombre de son choix dans la grille.
Puis, le joueur B barre un autre nombre : ce nombre doit être un multiple ou un diviseur du nombre barré par le joueur A.
Puis chaque joueur, à tour de rôle, barre un nombre qui doit être multiple ou diviseur du dernier nombre barré.
Le jeu s'arrête quand un des deux joueurs ne peut plus barrer de nombre. Ce joueur perd la partie.

<u>Exemple :</u>

Voici les nombres qui ont été barrés par les deux joueurs au cours d'une partie :

Joueur A : 4 9 12 2 5 1

Joueur B : 36 3 24 10 15 37

Le joueur A ne peut plus jouer car il n'y a pas de multiples de 37 dans la grille et que les deux seuls diviseurs de 37 (« 1 » et « 37 ») sont déjà barrés. C'est le joueur B qui gagne.

Julie, qui est très forte à ce jeu, sait que lorsqu'elle joue la première elle peut gagner à coup sûr et rapidement, en quelques coups.
Il lui suffit de bien choisir le premier nombre qu'elle barre.

Quel peut être ce nombre ? Trouvez toutes les possibilités.

Expliquez comment vous les avez trouvées.

12. LA STATION D'ESSENCE (Cat. 6, 7, 8)

En passant devant une station d'essence, Claude lit le prix du litre d'essence.

Ce prix est affiché par six panneaux alignés : quatre de ces panneaux sont mobiles et affichent chacun un chiffre (1, 2, 5 et 7), un panneau fixe affiche la virgule « , » (en gris) et un autre la monnaie « € » (aussi en gris) :

1	**,**	**2**	**5**	**7**	**€**

Claude voit que le pompiste est en train d'afficher le nouveau prix en apportant un nouveau panneau mobile avec un « 8 ».

Il se souvient alors que hier soir, la radio annonçait que le prix de l'essence allait augmenter aujourd'hui et que, pour faire un plein de 40 litres, il faudra dépenser entre 1 € et 1,30 € de plus.

Quel pourrait être le nouveau prix affiché pour un litre d'essence ?

Indiquez toutes les possibilités et donnez les détails de votre recherche.

13. QUI VA LENTEMENT ... (Cat. 6, 7, 8)

Matthieu est un automobiliste qui conduit très régulièrement. Il part aujourd'hui en vacances. Il passe par Issy, traverse Labat, puis Pluloin pour arriver à sa destination Bellemer. Sa grand-mère le rejoindra dans quelques jours.

Après son arrivée Matthieu téléphone à la vieille dame pour l'informer sur ses temps de passage :

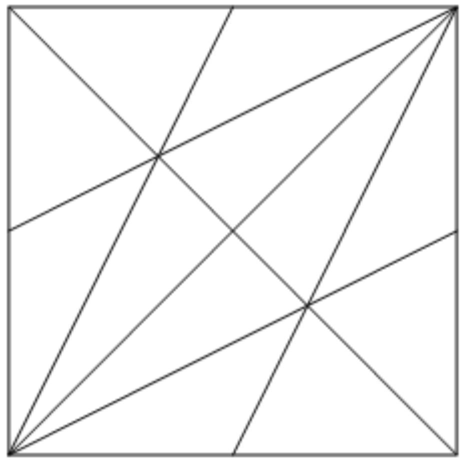
- Je suis passé à Issy à 8h du matin, à Labat à 8h45 et à Pluloin à 9h30. J'étais à Bellemer à 10h30. Je n'ai commis aucune imprudence et j'ai roulé à la même vitesse sur tout le parcours.

Lorsque la grand-mère fait le même parcours, elle passe à Issy à 9h10 mais n'arrive à Labat qu'à 10h10. Elle se rend alors compte qu'elle va mettre plus de temps que Matthieu mais, vu qu'elle est extrêmement prudente, elle décide de ne pas accélérer et de continuer en maintenant la même vitesse.

À quelle heure la grand-mère passe-t-elle à Pluloin et à quelle heure arrive-t-elle à Bellemer ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

14. LES TRIANGLES (II) (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)



Dans cette figure, il y a beaucoup de triangles.

Pierre en a compté 32, mais il ne sait pas s'il les a tous trouvés.

Combien de triangles peut-on voir dans cette figure ?

Expliquez comment vous les avez comptés.

8. SOMMES ET PRODUITS (Cat. 5, 6)

Dans une classe, la maîtresse demande à ses élèves d'écrire des additions dont la somme est 25. Elle précise : « Pour ces additions, vous ne pouvez utiliser que les nombres suivants : 1, 2, 5, 10 et 20. »

Jules propose : 10 + 5 + 5 + 5 = 25.

Sophie propose : 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 10 + 5 = 25.

La maîtresse demande ensuite à chaque élève de remplacer les signes « + » par des signes « x » et de calculer les produits.

Jules obtient : 10 x 5 x 5 x 5= 1250.

Et Sophie obtient : 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 10 x 5 = 1600.

Écrivez, vous aussi, des sommes égales à 25 en n'utilisant que les nombres 1, 2, 5, 10 et 20. Puis calculez le produit des nombres utilisés.

Quel est le plus grand produit qu'on peut obtenir en choisissant bien les nombres ?

Et quel est le plus petit produit ?

Expliquez comment vous avez trouvé ces produits.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication (associativité et élément neutre « 1 »)
- Logique et raisonnement : conjecturer, déduire

Analyse de la tâche

- Lire les exemples et faire d'autres essais pour comprendre que le produit varie même si la somme des nombres choisis est toujours 25.
- Découvrir, après de nombreux essais plus ou moins organisés quelques propriétés dont, en particulier :

  on ne peut choisir que 25 « 1 » au maximum pour les sommes, mais ces facteurs « 1 » ne modifient pas les produits (élément neutre de la multiplication) ; par conséquent, en choisissant exclusivement les « 1 », on obtiendra le plus petit produit possible : 1x1x1x.... = 1^{25} = 1 , mais il faudra éviter au maximum ces « 1 » dans la recherche du plus grand produit ;

  on ne peut choisir qu'un seul « 20 » ou deux « 10 » au maximum, ce qui limite sensiblement le nombre de facteurs et la grandeur des produits obtenus ;

  ce sont les nombres « 2 » et « 5 » qui semblent les plus « intéressants » pour la recherche du plus grand produit.
- Rechercher la répartition optimale des facteurs « 2 » et « 5 » entre les sommes et les produits par des observations du genre :

  les termes 5 = 2 + 2 + 1 d'une somme deviennent, dans les produits correspondants : 5 **>** 2 x 2 x 1 = 4 et il est alors préférable de choisir 5 ;

  mais les termes 5 + 5 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 d'une somme de 10 deviennent 5 x 5 = 25 **<** 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 32 et il est alors préférable de choisir les nombres « 2 » ;

  ce genre d'observation peut aboutir au choix de dix « 2 » et de un « 5 » conduisant à 2^{10} x 5 = 5120 (solution optimale) alors que le choix de douze « 2 » et un « 1 » conduit à 2^{12} x 1= 4096 (solution non optimale).

Attribution des points

4 Les deux réponses exactes (5120 et 1) avec explications

3 Les deux réponses exactes sans explications
ou une réponse exacte et l'autre erronée (par exemple 4096 et 1) avec explications

2 Une réponse exacte et l'autre erronée (avec une erreur due à un choix non optimal) sans explications,

1 Aucune réponse exacte mais éléments de recherche corrects

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6

Origine : GP

9. DROLE DE NOMBRE (Cat. 5, 6)

Le numéro de la plaque de la voiture de Miss Math est particulier : 23651 ;

- il est formé de 5 chiffres, tous différents ;
- le troisième chiffre est le produit des deux premiers chiffres (6 = 2 x 3);
- le troisième chiffre est aussi la somme des deux derniers chiffres (6 = 5 + 1).

Miss Math se demande combien de numéros à 5 chiffres ont les mêmes caractéristiques que celui de la plaque de sa voiture.

Aidez-la à trouver la réponse au problème et notez tous les détails de votre démarche.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition (et élément neutre « 0 »), soustraction, multiplication
- Logique et raisonnement : organisation systématique d'un inventaire

Analyse de la tâche

- Considérer les trois conditions simultanées.
- Comprendre que le 0 ne sera jamais utilisé à cause de ses propriétés (il réapparaîtrait deux fois dans les trois premiers chiffres comme facteur et comme produit, ou entraînerait l'égalité du troisième chiffre et d'un des deux derniers chiffres dans l'addition).
- Comprendre que le chiffre central ne peut être ni 1 (dans l'addition on aurait 1 + 0), ni 2 (dans l'addition on aurait 1 + 1, ou 2 + 0), ni 3 (on pourrait faire l'addition, mais pas la multiplication sans répéter des chiffres), ni 4 (comme pour le 3), ni 5 et 7 (on pourrait faire l'addition, mais pas la multiplication sans répéter des chiffres, puisque comme le 3, ce sont des nombres premiers). Il ne peut pas être 9 parce que les chiffres de la multiplication peuvent être seulement 1 et 9 ou bien 3 et 3.
- Comprendre que les chiffres au centre peuvent être seulement 6 ou 8.
- Voir que les seuls produits 2 x 3 = 6, 3 x 2 = 6, 2 x 4 = 8, 4 x 2 = 8 peuvent entrer en ligne de compte pour fabriquer le début des nombres candidats, et donner ensuite naissance aux additions respectives suivantes :

  6 = 5 + 1 ; 6 = 1 + 5 ; 8 = 7 + 1 ; 8 = 1 + 7 ; 8 = 5 + 3 ; 8 = 3 + 5

  En déduire les autres 11 nombres qui satisfont aux conditions imposées, sans compter l'exemple :
  23615, 24817, 24835, 24853, 24871, 32615, 32651, 42817, 42835, 42853, 42871.

Ou : une démarche analogue est possible en partant des sommes pour aboutir aux produits.

Attribution des points

4 Détermination de tous les nombres (donc 11 réponses ou 12 réponses selon que l'exemple est inclus ou non), avec explication générale de la démarche pour un nombre au moins

3 9 ou 10 nombres trouvés (sans compter l'exemple), avec explication ou les 11 nombres nouveaux sans explication

2 7 ou 8 nouveaux nombres trouvés, avec explication

1 Le début de la démarche est correct, avec au moins 3 nombres corrects

0 1 ou 2 exemples corrects ou incompréhension du problème

Niveaux : 5, 6

Origine : Suisse romande

10. DES ŒUFS EN CHOCOLAT TROP LEGERS (Cat. 5, 6, 7)

Monsieur Michel, propriétaire d'une fabrique de chocolat, s'aperçoit qu'une de ses 12 machines qui produisent des oeufs en chocolat est mal réglée.

Les oeufs qui sortent de cette machine ne pèsent que 24 grammes chacun alors que toutes les autres machines produisent des oeufs de 25 grammes.

Monsieur Michel, qui aime beaucoup les devinettes, demande à son épouse de découvrir quelle est la machine mal réglée, mais en une seule pesée.

Madame Michel, très futée, numérote les machines de 1 à 12, et met sur la balance : 1 oeuf fabriqué par la machine n° 1, 2 oeufs de la machine n° 2, 3 œufs de la machine n° 3, et, ainsi de suite jusqu'à 12 œufs de la machine n°12.

Ces œufs pèsent ensemble 1942 grammes et Madame Michel peut savoir, avec cette unique pesée, quelle est la machine mal réglée.

Selon vous, quelle machine est mal réglée ?

Expliquez le raisonnement qui vous a permis de trouver la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, ...
- Logique et raisonnement : déductions

Analyse de la tâche

- Faire une hypothèse sur le numéro de la machine qui est mal réglée ; calculer le poids de l'ensemble des œufs pesés dans ce cas ; le comparer à 1942 grammes. Si les deux poids sont les mêmes, valider l'hypothèse. Sinon, formuler une autre hypothèse cohérente avec le résultat obtenu (augmenter le numéro de la machine si le poids obtenu est supérieur à 1942, le diminuer sinon).

Ou : se rendre compte que la différence entre le poids total trouvé (1942) et le poids total des œufs si tous étaient bien calibrés (c'est-à-dire le nombre de grammes qui manquent) correspond au nombre d'oeufs qui ont un gramme de moins et, au vu du mode d'échantillonnage choisi par Madame Michel, au numéro de la machine qui les a fabriqués.

Trouver alors le nombre d'oeufs pesés 1 + 2 + ... + 12 = 78 (à la main, à la calculatrice, ou par associativité et multiplication (12 + 1) x 12/ 2 = 78) et calculer que ces 78 œufs devraient peser 78 x 25 = 1950 g. (On peut aussi directement faire la somme de 25 x 1 + 25 x 2 + 25 x 3… et trouver un poids total de1950 g)

Constater qu'il manque 1950 - 1942 = 8 g ; en déduire que 8 œufs pèsent 1 g de moins que prévu et qu'ils proviennent de la machine n° 8, puisqu'il n'y en a qu'une de mal réglée.

Ou : diviser le poids total par le nombre d'oeufs (1942 : 78 donne 24 reste 70); constater qu'il manque 8 grammes pour que chaque oeuf soit de 25 grammes et déduire que la machine défectueuse est la machine no 8.

Ou : procéder par essais en excluant à chaque fois les oeufs d'une machine, supposée défectueuse) et en calculant le poids des oeufs (supposés de 25 grammes) de toutes les autres, pour vérifier si le poids total est un multiple de 25 :

1942 – (1 x 24) = 1918 ; 1942 – (2 x 24) = 1884 ; ... ; 1942 – (8 x 24) = 1750 !! ....

Attribution des points

4 Réponse correcte (machine n° 8) avec explications claires

3 Réponse correcte, avec explications incomplètes

2 Réponse correcte sans aucune explication
ou réponse erronée (erreur de calcul) avec explications

1 Début de recherche cohérente

0 Incompréhension du problème

Niveau : 5, 6, 7

Origine : Franche-Comté

11. JEU DES MULTIPLES ET DIVISEURS (Cat. 6, 7, 8)

Deux joueurs A et B jouent sur une grille de 40 cases numérotées de 1 à 40 :

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40

Le joueur A commence : il barre un nombre de son choix dans la grille.

Puis, le joueur B barre un autre nombre : ce nombre doit être un multiple ou un diviseur du nombre barré par le joueur A.

Puis chaque joueur, à tour de rôle, barre un nombre qui doit être multiple ou diviseur du dernier nombre barré.

Le jeu s'arrête quand un des deux joueurs ne peut plus barrer de nombre. Ce joueur perd la partie.

Exemple :

Voici les nombres qui ont été barrés par les deux joueurs au cours d'une partie :

Joueur A : 4 9 12 2 5 1

Joueur B : 36 3 24 10 15 37

Le joueur A ne peut plus jouer car il n'y a pas de multiples de 37 dans la grille et que les deux seuls diviseurs de 37 (« 1 » et « 37 ») sont déjà barrés. C'est le joueur B qui gagne.

Julie, qui est très forte à ce jeu, sait que lorsqu'elle joue la première elle peut gagner à coup sûr et rapidement, en quelques coups.

Il lui suffit de bien choisir le premier nombre qu'elle barre.

Quel peut être ce nombre ? Trouvez toutes les possibilités.

Expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : multiples et diviseurs, nombres premiers
- Logique et raisonnement : conjecturer et déduire

Analyse de la tâche

- Jouer quelques parties pour repérer les contraintes du jeu. Savoir ce qu'est un diviseur et un multiple, comprendre qu'on n'est pas obligé d'alterner multiples et diviseurs mais qu'on peut passer par plusieurs multiples ou diviseurs successifs, repérer les nombres qui ont beaucoup de diviseurs et de multiples et ceux qui en ont peu.
- Comprendre que dès qu'on a pu choisir un nombre n'ayant plus de diviseurs ou de multiples libres, on gagne immédiatement.
- Par conséquent il faut éviter de laisser à l'adversaire la possibilité de choisir un nombre dont tous les multiples et diviseurs ont déjà été barrés. Dans l'exemple donné le joueur A a mal joué l'avant-dernier coup en choisissant « 1 » car depuis là, le joueur B pouvait prendre le « 37 » qui termine le parcours.

- Lorsqu'on a compris que le « 1 » est à éviter pour soi, car il conduit à une impasse comme le « 37 », il faut tenter de forcer son adversaire à biffer ce « 1 ». Il faut alors remarquer que le joueur qui commence par l'un des quatre nombres 23, 29, 31 ou 37 qui n'ont pas de multiples dans la table de 1 à 40 et qui n'ont que 1 comme diviseur) contraint son adversaire à biffer «1 » à son premier coup et permet au premier joueur de revenir sur l'un des trois autres nombres, qui n'aura plus alors ni multiple ni diviseur libre.

Remarque : les quatre nombres : 23 ; 29 ; 31 ; 37 sont premiers et supérieurs à 20. En choisissant un nombre premier inférieur à 20, on laisse la possibilité à l'adversaire de biffer un de ses multiples et de gagner par une succession de coups obligés.

Par exemple :

Premier joueur :	19	2	13	3	11	1
Deuxième joueur :	38	26	39	33	22	

Attribution des points

4 Les quatre nombres (23, 29, 31, 37), avec explications

3 Les quatre nombres (23, 29, 31, 37), sans explications
ou trois de ces nombres avec explications
ou les quatre nombres (23, 29, 31, 37), accompagnés d'un ou deux autres nombres

2 Deux des nombres corrects seulement, avec explications
ou trois nombres, mais soit sans justification, soit accompagnés d'autres nombres premiers inférieurs à 20

1 Un nombre correct avec explications
ou deux nombres, soit sans explication, soit accompagnés d'autres nombres premiers inférieurs à 20
ou trois ou quatre nombres corrects, mais accompagnés d'autres nombres parmi lesquels des nombres non premiers

0 Incompréhension du problème

Niveau : 6, 7, 8

Origine : Activité « ludique » classique du domaine des diviseurs et multiples, « redécouvert » récemment par l'école de « Juniper Green » (environs d'Edinbourg, en Écosse) proposé par Châteauroux

12. LA STATION D'ESSENCE (Cat. 6, 7, 8)

En passant devant une station d'essence, Claude lit le prix du litre d'essence.

Ce prix est affiché par six panneaux alignés : quatre de ces panneaux sont mobiles et affichent chacun un chiffre (1, 2, 5 et 7), un panneau fixe affiche la virgule « , » (en gris) et un autre la monnaie « € » (aussi en gris) :

1	,	2	5	7	€

Claude voit que le pompiste est en train d'afficher le nouveau prix en apportant un nouveau panneau mobile avec un « 8 ».

Il se souvient alors que hier soir, la radio annonçait que le prix de l'essence allait augmenter aujourd'hui et que, pour faire un plein de 40 litres, il faudra dépenser entre 1 € et 1,30 € de plus.

Quel pourrait être le nouveau prix affiché pour un litre d'essence ?

Indiquez toutes les possibilités et donnez les détails de votre recherche.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Combinatoire
- Arithmétique : chiffres et nombres, opérations

Analyse de la tâche

- Comprendre que si le pompiste a en main un panneau « 8 » les nouveaux prix possibles doivent respecter les conditions suivantes :
  - Quand on substitue un panneau par un nouveau, l'ancien peut encore être utilisé pour former un nouveau prix ;
  - Le « 1 » ne peut être remplacé par le nouveau panneau « 8 » ni par un des anciens « 2 », « 5 » ou « 7 » car l'augmentation serait beaucoup plus importante que ce qui a été annoncé ;
  - Le « 2 » ne peut pas non plus être remplacé par « 8 », « 5 » ou « 7 » car l'augmentation serait supérieure à 30 centimes par litres ou 12 € pour 40 litres.
  - Donc le « 8 » ne peut remplacer que le « 5 » ou le « 7 » et il faut envisager les arrangements sans répétitions de ces trois panneaux pris deux à deux pour les deuxième et troisième chiffres après la virgule.

  On peut établir, par exemple un tableau du genre :

Nouveau prix	Ancien prix	Différence / litre	pour 40 litres
1,258	1,257	0,001	0,001 x 40 = 0,04
1,285	1,257	0,028	0,028 x 40 = 1,12
1,278	1,257	0,021	0,021 x 40 = 0,84
1,287	1,257	0,03	0,03 x 40 = 1,2

Ou : établir un tableau analogue mais partant des prix totaux : calculer le coût de 40 litres à l'ancien prix (1,257 x 40 = 50,28) y ajouter la fourchette d'augmentation (de 51,28 à 51,58) et calculer le nouveau prix du litre qui se situera entre 51,28 :40 = 1,282 et 51,58 : 40 = 1,289. En conclure que le prix pourrait être, avec les chiffres à disposition et selon les informations de la radio 1,287 ou 1,285 €.

Ou : calculer la fourchette d'augmentation par litre : entre 1 € : 40 = 0,025 € et 1,30 € : 40 = 0, 0325 €. Le nouveau prix du litre se situera donc entre 1,285 € et 1,2895 €. Les deux seules possibilités en ne retirant qu'un chiffre pour le remplacer par 8 sont 1,285 € et 1,287 €.

Attribution des points

4 Les deux solutions (1,287 et 1,285) avec explications claires et détaillées montrant qu'il n'y en a pas d'autres
3 Les deux solutions avec explications incomplètes ou avec un tableau qui ne mentionne pas pourquoi les autres positions du « 8 » sont exclues
2 Une des deux solutions avec explication claires et/ou ou exclusion d'une de deux solutions à cause d'une erreur de calcul
1 Début de recherche cohérente ou une seule solution sans explication
0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Riva del Garda

13. QUI VA LENTEMENT ... (Cat. 6, 7, 8)

Matthieu est un automobiliste qui conduit très régulièrement. Il part aujourd'hui en vacances. Il passe par Issy, traverse Labat, puis Pluloin pour arriver à sa destination Bellemer. Sa grand-mère le rejoindra dans quelques jours.

Après son arrivée Matthieu téléphone à la vieille dame pour l'informer sur ses temps de passage :

- Je suis passé à Issy à 8h du matin, à Labat à 8h45 et à Pluloin à 9h30. J'étais à Bellemer à 10h30. Je n'ai commis aucune imprudence et j'ai roulé à la même vitesse sur tout le parcours.

Lorsque la grand-mère fait le même parcours, elle passe à Issy à 9h10 mais n'arrive à Labat qu'à 10h10. Elle se rend alors compte qu'elle va mettre plus de temps que Matthieu mais, vu qu'elle est extrêmement prudente, elle décide de ne pas accélérer et de continuer en maintenant la même vitesse.

À quelle heure la grand-mère passe-t-elle à Pluloin et à quelle heure arrive-t-elle à Bellemer ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, division, proportionnalité
- Mesure de durées

Analyse de la tâche

- Comprendre que la grand-mère a accumulé un retard de 15 minutes par rapport au temps prévu entre Issy et Labat (1h au lieu de 45 minutes)
- Considérer que 45 minutes représentent trois quarts d'heure et en déduire qu'elle accumule un retard de 5 minutes chaque 15 minutes.
- Déterminer le temps mis par Matthieu pour les étapes suivantes (45 minutes de Labat à Pluloin et 60 minutes de Pluloin à Bellemer)
- Les retards correspondants seront respectivement de 15 = 45 :15 x 5) minutes et de 20 = 60 : 15 x 5 minutes.
- Ajouter les retards aux temps précédents pour trouver les heures demandées : 11h10 et 12h30

Ou organiser les données dans un tableau et utiliser l'égalité des écarts entre 8h et 8h45 d'une part et 8h45 et 9h30 d'autre part pour en déduire que Grand-mère met le même temps pour aller de Issy à Labat que de Labat à Pluloin. comme l'écart entre 9h30 et 10h30 (60 minutes) est 4/3 de l'écart entre 8h45 et 9h30 (45 minutes), on peut utiliser la même relation pour calculer le temps que mettra la grand-mère pour aller de Pluloin à Bellemer : 4/3 de 60 minutes, c'est-à-dire 80 minutes.

	Issy		Labat		Pluloin		Bellemer
Matthieu	8h	+ 45 min	8h45	+45 min	9h30	+60 min	10h30
Grand-mère	9h10	+60 min	10h10	+60 min	11h10	+80 min	12h30

Attribution des points

4 Réponse correcte (passe à 11h10 à Pluloin et arrive à Bellemer à 12h30) avec explications claires

3 Réponse correcte mais avec explications incomplètes

2 Réponse correcte sans explication
ou procédure correcte mais avec une erreur de calcul

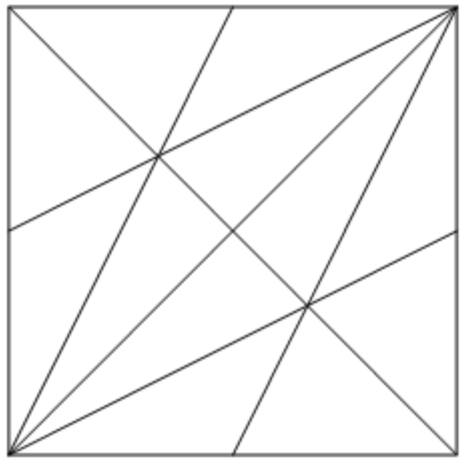
1 Début de raisonnement cohérent ou réponse correcte pour Pluloin seulement (11h10)

0 Incompréhension du problème

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Val d'Aosta

14. LES TRIANGLES (II) (Cat. 6, 7, 8, 9, 10)



Dans cette figure, il y a beaucoup de triangles.

Pierre en a compté 32, mais il ne sait pas s'il les a tous trouvés.

Combien de triangles peut-on voir dans cette figure ?

Expliquez comment vous les avez comptés.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : reconnaissance de triangles dans une figure complexe
- Logique : organisation d'un dénombrement

Analyse de la tâche

- Identifier les triangles
- Se rendre compte qu'il n'y a pas que les 12 « petits » triangles juxtaposés qui composent le carré, mais qu'il y a aussi des triangles plus grands, formés de plusieurs « petits ». (Voir dessins page suivante)
- Déterminer une démarche de comptage des triangles, par « catégories ». Par exemple on peut dénombrer les triangles en fonction du nombre de « petits » triangles qu'ils contiennent :

nombre de petits triangles contenus :	1	2	3	4	5	6	
triangles dénombrés	12	8	12	4	0	4	total : 40

Ou : choisir un segment ; compter tous les triangles qui ont ce segment pour côté. Éliminer ce segment, en choisir un autre et recommencer. Ainsi de suite… en faisant attention de ne pas choisir deux fois le même triangle.

Ou: choisir un point d'intersection de deux segments compter tous les triangles qui ont ce point pour sommet; éliminer ce point et recommencer avec un autre ...

- Le comptage peut se faire en coloriant sur la figure reproduite en plusieurs exemplaires ou en nommant les points pour désigner les triangles.
- Observer une symétrie par rapport à la diagonale dessinée du carré, ce qui permet de rendre le comptage plus économique.

Attribution des points

4 Réponse exacte « 40 triangles* » avec explications complètes du comptage (dessins des triangles de chaque « catégorie », descriptions et nombre de triangles par catégorie, etc.).

3 Réponse exacte « 40 triangles » avec explications imprécises ou incomplètes du comptage, sans répétitions et sans autres figures
ou de 35 à 39 triangles sans répétitions avec explications sans autres figures que des triangles

2 Réponse exacte « 40 triangles » sans explications sans doublons et sans autres figures que des triangles
ou réponse exacte « 40 triangles » mais accompagnées d'autres figures que des triangles
ou de 30 à 34 triangles différents avec explications et sans autres figures que des triangles

1 De 20 à 29 triangles différents

0 Incompréhension du problème ou autres réponses

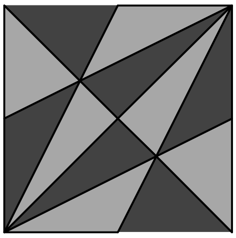
Nivaux : 6, 7, 8, 9, 10

Origine : *Du quotidien aux mathématiques* N. ROUCHE & all. Ellipses 2006, adapté par CP

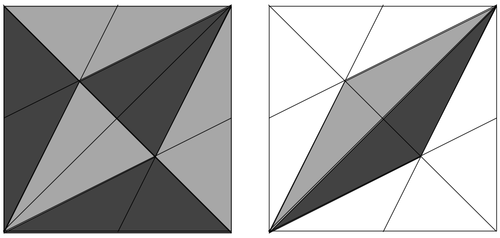
* voir solutions page suivante

Les 40 triangles

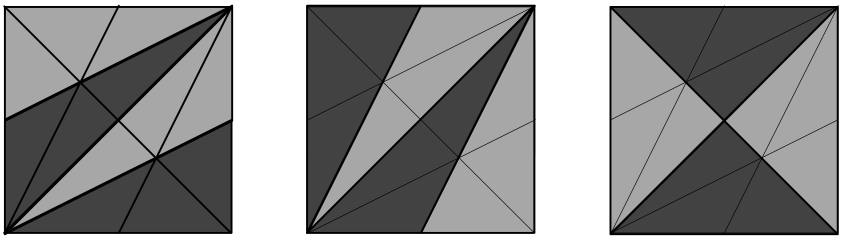
12 triangles formés de 1 petit triangle



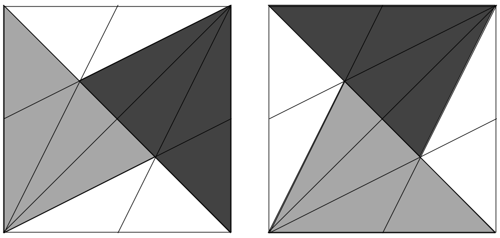
8 (6 + 2) triangles formés de 2 petits triangles



12 (4+4+4) triangles formés de 3 petits triangles



4 (2+ 2) triangles formés de 4 petits triangles



4 (2 + 2) triangles formés de 6 petits triangles