

19^{ème} Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d'essai Section de Bourg en Bresse



Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d'essai pour la catégorie 4 (CM1).

Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.

Cette épreuve d'essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégagant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.

2. NOMBRE A DEVINER (Cat. 3, 4)

Jacques pense à un nombre. Ses camarades doivent le deviner. Pour les aider, il leur donne les renseignements suivants :

- ce nombre est pair.
- le double de ce nombre est plus petit que 100.
- ce nombre est plus grand que 33.
- le chiffre 4 figure une fois seulement dans ce nombre.
- si l'on échange les deux chiffres de ce nombre, on obtient un nombre plus petit que 70 mais plus grand que 50.

Quel est le nombre de Jacques ?

Expliquez comment vous avez fait pour le trouver

3. QUI EST LE PLUS VIEUX ? (Cat. 3, 4)

Carole, Jean, Luc, Marie et Pierre sont cinq amis inséparables, bien qu'ils aient tous des âges différents.

- Carole n'est pas la plus jeune du groupe ;
- Pierre est plus âgé que Carole ;
- Jean est le plus âgé des garçons, mais il est plus jeune que Marie.

Classez les noms des cinq amis, du plus âgé au plus jeune.

Expliquez comment vous avez fait pour trouver.

4. LA VACHE DANS LE VERGER (Cat. 3, 4)

Les arbres du verger du père Michel sont très bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous :

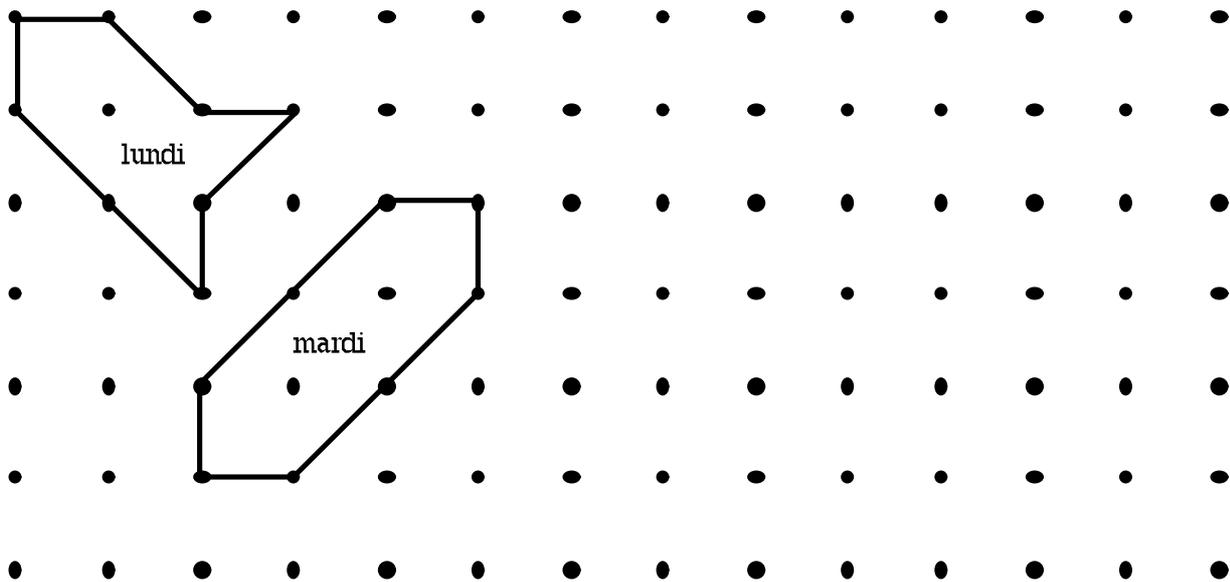
Lundi matin, le père Michel a fait un enclos pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Il a utilisé 8 barres de bois, 4 grandes et 4 plus petites, qu'il a placées entre 8 troncs d'arbres pour relier un tronc à l'autre.

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les huit mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.

*Plan du verger du Père Michel
avec la place des enclos de lundi et mardi*



Aidez le père Michel et dessinez un enclos pour mercredi et un autre pour jeudi, de plus en plus grands, pour donner chaque jour plus d'herbe à Hortense.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

5. LES AGES DES FRERES (Cat. 3, 4, 5).

Dans une famille, il y a 3 garçons : Antoine, Bernard et Christian, et une fille Denise.

Denise regarde l'album de photos familial et constate que :

- quand Antoine avait 8 ans Bernard avait 12 ans
- quand Bernard avait 9 ans Christian avait 3 ans

Quel âge avait Christian quand Antoine avait 10 ans ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

6. LE CYCLISTE (Cat. 4, 5, 6)

Un coureur cycliste s'entraîne pendant 5 jours. Il fait chaque jour 6 tours de piste de plus que le jour précédent.

Durant ses 5 jours d'entraînement, il a fait en tout 100 tours de piste.

Combien a-t-il fait de tours de piste chaque jour ?

Expliquez votre raisonnement.

7. REPAS DE GALA (Cat. 4, 5, 6)

Le restaurant « Au Glouton » prépare sa salle pour le repas de gala des 122 participants d'un congrès. Le restaurateur possède 12 tables de 8 personnes et 12 tables de 6 personnes, mais les organisateurs du congrès ont demandé qu'il n'y ait aucune place vide aux tables utilisées.

Combien de tables de chaque sorte peuvent être préparées pour répondre à la demande des organisateurs.

Indiquez vos solutions et expliquez comment vous les avez trouvées.

2. NOMBRE A DEVINER (Cat. 3, 4)

Jacques pense à un nombre. Ses camarades doivent le deviner. Pour les aider, il leur donne les renseignements suivants :

- ce nombre est pair.
- le double de ce nombre est plus petit que 100.
- ce nombre est plus grand que 33.
- le chiffre 4 figure une fois seulement dans ce nombre.
- si l'on échange les deux chiffres de ce nombre, on obtient un nombre plus petit que 70 mais plus grand que 50.

Quel est le nombre de Jacques ?

Expliquez comment vous avez fait pour le trouver

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, relation d'ordre, chiffres et nombres, numération de position, double d'un nombre, nombre pair.

Analyse de la tâche

- Comprendre les différentes contraintes du problème.
- Traduire chaque information par une propriété des chiffres du nombre cherché ou par un encadrement.
- Procéder de manière systématique en écartant les nombres qui ne satisfont pas les conditions.
- Déduire, de la deuxième et de la troisième conditions, que les nombres possibles sont compris entre 34 et 49. Parmi ceux-ci, les seuls nombres aussi compatibles avec la première et la quatrième conditions sont le 34, le 40, le 42, le 46 et le 48.
- Écarter le 34, le 40, le 42, et le 48 parce que non compatibles avec la cinquième condition.
- Conclure que le nombre pensé est 46.

Ou : les deuxième et troisième conditions montrent que les nombres possibles sont compris entre 34 et 49 ; la dernière condition donne comme chiffre des unités 5 ou 6 ; la première condition impose 6 comme chiffre des unités : soit 36 ou 46 ; la quatrième condition impose 46

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (46) avec explications ou vérification explicite de la cohérence avec toutes les contraintes.
- 3 Réponse correcte (46) avec explications incomplètes ou sans vérification explicite de la cohérence avec toutes les contraintes.
- 2 Réponse correcte (46) sans explication.
- 1 Début de recherche correcte (au moins la sélection de l'intervalle 34 – 49).
- 0 Pas de réponse ou incompréhension du problème

Catégorie : 3, 4

Origine : Bourg-en-Bresse

3. QUI EST LE PLUS VIEUX ? (Cat. 3, 4)

Carole, Jean, Luc, Marie et Pierre sont cinq amis inséparables, bien qu'ils aient tous des âges différents.

- Carole n'est pas la plus jeune du groupe ;
- Pierre est plus âgé que Carole ;
- Jean est le plus âgé des garçons, mais il est plus jeune que Marie.

Classez les noms des cinq amis, du plus âgé au plus jeune.

Expliquez comment vous avez fait pour trouver.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Logique ; gestion de relations et de conditions ; formulation d'hypothèses.

Analyse de la tâche

- Déduire des première et troisième informations que Marie est la plus âgée de tous.
- Se rendre compte que Carole, selon la première information, ne peut être plus jeune que Luc et donc, selon la deuxième information, qu'elle se situe entre Luc et Pierre.
- Conclure que l'ordre des cinq amis, du plus âgé au plus jeune, est : Marie, Jean, Pierre, Carole, Luc.

Ou : la troisième et la deuxième informations permettent de dire que Jean est plus âgé que Luc, Pierre et Carole et qu'il vient en deuxième position après Marie et avant Carole ; selon la première information, ce sera Luc le dernier.

Ou : placer les enfants par des essais successifs et des corrections, éventuellement à l'aide de noms ou figures mobiles, mais sans être certain que la solution est déterminée de manière unique

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Marie, Jean, Pierre, Carole, Luc), bien expliquée (où il est clair que le classement n'a pas été obtenu seulement par essais et erreurs, mais par des raisonnements, comme ceux de l'analyse de la tâche)
- 3 Réponse correcte avec seulement une vérification.
- 2 Réponse correcte sans explication ni vérification
ou réponse erronée avec une inversion, ou réponse dans l'ordre inversé (du plus jeune au plus âgé)
- 1 Début de recherche correcte.
- 0 Incompréhension du problème.

Niveau : 3, 4

Origine : Siena

4. LA VACHE DANS LE VERGER (Cat. 3, 4)

Les arbres du verger du père Michel sont très bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous :

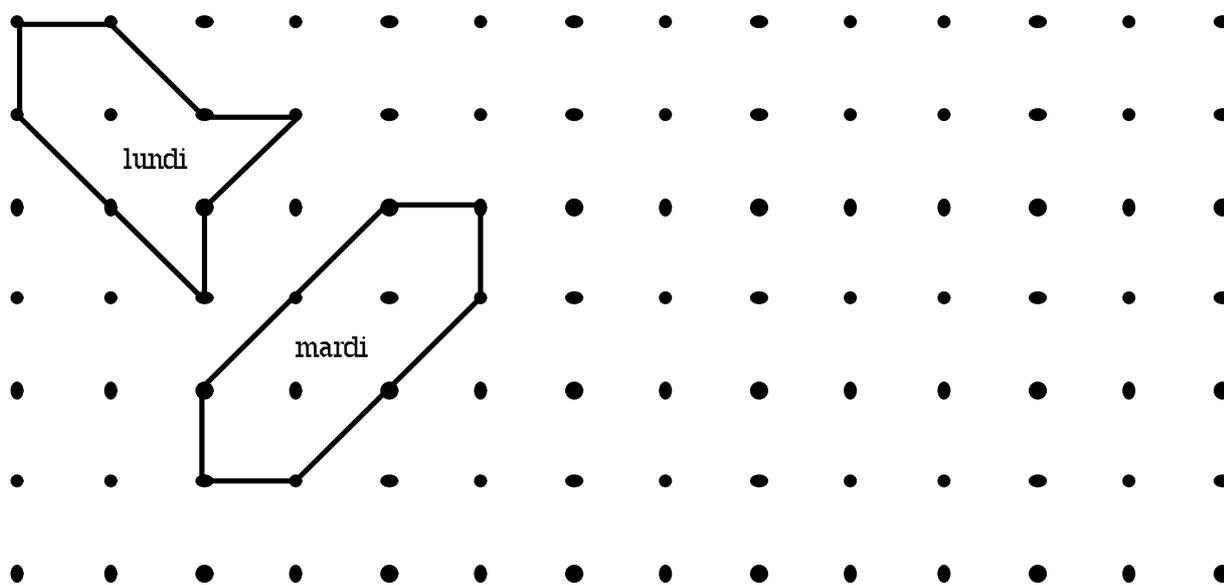
Lundi matin, le père Michel a fait un enclos pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Il a utilisé 8 barres de bois, 4 grandes et 4 plus petites, qu'il a placées entre 8 troncs d'arbres pour relier un tronc à l'autre.

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les huit mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.

*Plan du verger du Père Michel
avec la place des enclos de lundi et mardi*



Aidez le père Michel et dessinez un enclos pour mercredi et un autre pour jeudi, de plus en plus grands, pour donner chaque jour plus d'herbe à Hortense.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : propriétés de figures fermées, comparaison de longueurs
- Mesures : recherche d'une unité commune d'aire

Analyse de la tâche

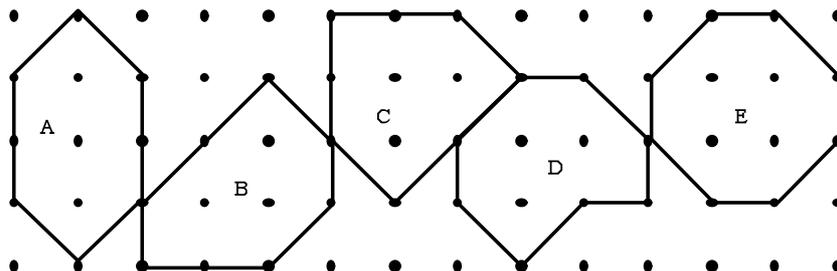
- Interpréter le plan du verger et y repérer les arbres, les barres de longueurs différentes et les différents enclos
- Observer les périmètres des enclos et reconnaître qu'il y a deux sortes de barres, celles dont la longueur correspond à un côté du « quadrillage » ou à une « diagonale ». Constater que chaque périmètre est composé de quatre barres de chacune des deux sortes.
- Comprendre que « ce qu'il y a à manger » dans l'enclos, ou « plus grand » se réfère à l'aire de l'enclos, dont le périmètre est toujours le même et dont la forme ne semble pas devoir être prise en compte. Chercher alors à comparer les aires pour vérifier que cette grandeur a augmenté et chercher à en trouver une plus grande.
- Trouver que les aires des enclos peuvent s'exprimer en « carrés » et/ou en « triangles » (demi-carrés). Par exemple, l'aire du lundi vaut 2 carrés entiers et 4 triangles, celle du mardi de 3 carrés entiers et 4 triangles.
- Chercher une disposition des perches qui donne une aire plus grande (4 carrés et 4 triangles, puis 5 carrés et 4 triangles) en tenant compte des trois contraintes :

augmentation de l'aire du mardi au mercredi, découverte d'une des formes A à D

augmentation de l'aire du mercredi au jeudi,

respect des longueurs de barres (4 « côtés », 4 « diagonales »)

(quelques solutions pour le mercredi (A, B, C, D) et la solution pour le jeudi (E))



- Donner une explication montrant qu'il y a un comptage des carrés ou triangles ou nombre de points intérieurs (selon le théorème de Pick, l'aire en carrés vaut le nombre de points intérieurs + la moitié du nombre de points sur la frontière - 1. Les élèves ne peuvent le savoir, mais l'intuition « plus il y a d'arbres à l'intérieur, plus grande est l'aire » est à accepter comme explication).

Attribution des points

- 4 Réponse complète : (deux figures trouvées, en progression, respect des longueurs de perches), avec explications
- 3 Réponse complète avec explications peu claires ou manquantes
- 2 Réponse partielle avec deux des trois conditions précédentes (par exemple deux figures, en progression, mais avec 8 côtés en « diagonale »)
- 1 Réponse partielle avec une seule des trois conditions précédentes
- 0 Incompréhension du problème, non-réponse.

Niveau : 3, 4

Origine : C.I.

5. LES AGES DES FRÈRES (Cat. 3, 4, 5).

Dans une famille, il y a 3 garçons : Antoine, Bernard et Christian, et une fille Denise.

Denise regarde l'album de photos familial et constate que :

- quand Antoine avait 8 ans Bernard avait 12 ans
- quand Bernard avait 9 ans Christian avait 3 ans

Quel âge avait Christian quand Antoine avait 10 ans ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique (addition, soustraction)
- Logique
- Mesures (durées)

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que chaque enfant vieillit d'une année en même temps
- En déduire que Christian avait 6 ans ($3+3$) quand Bernard avait 12 ans ($9+3$) et Antoine 8 ans
- Conclure que Christian avait 8 ans ($6+2$) quand Antoine avait 10 ans ($8+2$).

Ou : faire un schéma temporel du type :

Antoine :	8	...	10	...
Bernard :	9	12
Christian :	3	8	...

Ou :

- considérer que Bernard et Antoine ont 4 années de différence et que Bernard et Christian ont 6 années de différence
- Conclure qu'Antoine a 2 années de plus que Christian. Ainsi, quand Antoine avait 10 ans, Christian en avait 8.

Attribution des points

- 4 Réponse juste (8 ans) avec explications complètes.
- 3 Réponse juste, avec explications incomplètes, ou peu claires.
- 2 Réponse juste sans aucune explication ni justification.
- 1 Début de recherche cohérente, mais réponse fausse.
- 0 Incompréhension du problème, non-réponse.

Niveau : 3, 4

Origine : Franche-Comté

6. LE CYCLISTE (Cat. 4, 5, 6)

Un coureur cycliste s'entraîne pendant 5 jours. Il fait chaque jour 6 tours de piste de plus que le jour précédent.

Durant ses 5 jours d'entraînement, il a fait en tout 100 tours de piste.

Combien a-t-il fait de tours de piste chaque jour ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : opérations, nombres en progression arithmétique

Analyse de la tâche

- Comprendre que les nombres de tours de piste effectués pendant chacun des 5 jours sont en progression arithmétique de raison 6 et que 100 est la somme de ces termes.
- Procéder par essais : après avoir choisi un premier nombre et calculé les 4 autres selon une progression arithmétique de raison 6, en faire la somme, comparer le résultat à 100, puis ajuster en conséquence le choix de ce premier nombre (noter que si on ajoute 1 à ce premier nombre, les autres nombres de la suite arithmétique augmentent aussi de 1 et la somme des nombres de cette suite augmente de 5).

Ou : effectuer la division $100 : 5 = 20$; considérer 20 (valeur moyenne) comme nombre central des cinq termes ordonnés à découvrir, et retrouver à partir de celui-ci les quatre autres nombres.

Ou : considérer que chaque jour le cycliste fait le même nombre de tours que le jour précédent, augmenté de 6 ; en 5 jours, le cycliste aura fait alors 5 fois le nombre de tours faits le premier jour, plus 60 autres tours ($6 + 12 + 18 + 24$). Puisque le nombre total de tours est 100, de $(100 - 60) : 5$, on déduit le nombre des tours faits le premier jour, c'est-à-dire 8.

- Conclure que les nombres des tours effectués chacun des 5 jours sont, respectivement, 8, 14, 20, 26, 32.

Attribution des points :

- 4 Réponse correcte (8, 14, 20, 26, 32) avec description de la démarche ou contrôle explicite des contraintes (nombres de 6 en 6, somme égale à 100)
- 3 Réponse correcte sans explication
- 2 Raisonnement correct (nombres de 6 en 6 explicités) mais avec une erreur de calcul (la somme n'est pas 100)
- 1 Calcul d'une ou plusieurs sommes de 5 nombres allant de 6 en 6
ou début de raisonnement correct (par exemple somme de 100 mais les nombres ne vont pas de 6 en 6)
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 4, 5, 6

Origine : Bourg-en-Bresse

7. REPAS DE GALA (Cat. 4, 5, 6)

Le restaurant « Au Glouton » prépare sa salle pour le repas de gala des 122 participants d'un congrès. Le restaurateur possède 12 tables de 8 personnes et 12 tables de 6 personnes, mais les organisateurs du congrès ont demandé qu'il n'y ait aucune place vide aux tables utilisées.

Combien de tables de chaque sorte peuvent être préparées pour répondre à la demande des organisateurs.

Indiquez vos solutions et expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, division
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Se rendre compte qu'il faut utiliser des tables de 8 ainsi que des tables de 6, vu que 122 n'est divisible par aucun de ces nombres.
- Procéder donc par essais organisés ; par exemple, considérer que $12 \times 8 = 96$ et que, par conséquent, en utilisant toutes les tables de 8 places, il faudrait encore 26 places pour lesquelles 4 tables de 6 places ne suffiraient pas et une 5^e table de 6 places ne serait pas utilisée entièrement. Diminuer alors le nombre des tables de 8 places et se rendre compte qu'avec 10 tables de 8 places et 7 tables de 6 places on réussit à installer la salle selon la demande.
- Après avoir trouvé une première solution, il faut penser qu'il pourrait y en avoir d'autres. Poursuivre donc la recherche, par exemple en diminuant le nombre des tables de 8 et augmentant celui des tables de 6 pour trouver ainsi les autres combinaisons qui donnent une somme de 122. On obtient trois possibilités supplémentaires : 7 tables de 8 places et 11 tables de 6 places, ou 4 tables de 8 places et 15 tables de 6 places ou 1 tables de 8 places et 19 tables de 6 places. Mais, seule la première de ces combinaisons est acceptable, parce qu'il n'y a que 12 tables de 6 places.

Ou : construire un tableau du type

tables de 8	personnes placées	personnes restant à placer	tables de 6 (autres personnes placées)	Personnes restant à placer
12	96	26	4 (24)	2 personnes
11	88	34	5 (30)	4 personnes
10	80	42	7 (42)	0
9	72	50	8 (48)	2 personnes
8	64	58	9 (54)	4 personnes
7	56	66	11 (66)	0
6	48	74	12 (72)	2 personnes
5	40	82	13 (non acceptable)	4 personnes
4	32	90	15 (non acceptable)	0

Ou : compter le nombre total des places disponibles ($12 \times 8 + 12 \times 6 = 148$), se rendre compte qu'il faut éliminer 46 places ($148 - 122$) par « tables complètes » ; on peut faire cela en éliminant 5 tables de 8 personnes et 1 de 6 places ($8 \times 5 + 1 \times 6 = 46$) ou 5 tables de 6 places et 2 de 8 places ($6 \times 5 + 8 \times 2 = 46$). Donc conclure que dans le premier cas il y a 7 tables de 8p. (12-5) et 11 de 6p. (12-1), dans le deuxième cas 10 tables de 8p. (12-2) et 7 tables de 6p. (12-5).

- Conclure qu'il y a deux manières possibles de dresser les tables : 10 tables de 8 places et 7 tables de 6 places ou 7 tables de 8 places et 11 tables de 6 places.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (10 tables de 8 places et 7 tables de 6 places ; 7 tables de 8 places et 11 tables de 6 places) avec explications
- 3 Réponse correcte avec seulement les vérifications, ou découverte d'une seule possibilité avec explications
- 2 Réponse correcte sans explications, ou découverte d'une seule possibilité avec seulement la vérification, ou plusieurs solutions dont une erronée qui ne tient pas compte d'une des conditions
- 1 Découverte d'une seule possibilité sans explication ou début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : Siena