

RENCONTRE DANS LE PARC (Cat. 8, 9, 10)

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (**34,64 m**) avec des explications complètes et correctes (avec la démonstration de l'angle droit)
- 3 Réponse correcte mais avec une explication incomplète (par exemple sans dire que le triangle PRS est rectangle)
ou réponse entre 34,6 m et 34,7 m avec des explications complètes mais erreur sur la précision demandée
ou réponses $20\sqrt{3}$ ou $\sqrt{1200}$ avec explications complètes
- 2 Autre réponse, entre 34,5 m et 34,8 m avec explications insuffisantes ou par une lecture sur un dessin précis à l'échelle ou la valeur donnée par la calculatrice
- 1 Début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Analyse de la tâche

Observer le dessin et conjecturer que le triangle PRS est rectangle en R.

- Pour démontrer cela, remarquer que le triangle POR est équilatéral, ayant ses 3 côtés de même longueur. On en déduit que l'angle ROS mesure $120^\circ (= 180^\circ - 60^\circ)$, comme angle extérieur à l'angle POR du triangle équilatéral. Comme le triangle ROS est isocèle, ses angles en R et S mesurent 30° . L'angle PRS mesure donc $60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$.

Ou : observer que le triangle PRS est inscrit dans le demi-cercle centré en O et de rayon 20 m.

Appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la mesure de RS.

On obtient $RS^2 = (2 \times 20)^2 - 20^2 = 3 \times 20^2$, d'où $RS = 20\sqrt{3}$, ce qui donne avec l'approximation demandée : $RS = 34,64$ m à 1 cm près.

Ou bien, en traçant la hauteur OH issue de O du triangle équilatéral qui est aussi une médiane, et en traçant la parallèle à PR passant par O qui coupe RS en son milieu M, on obtient un rectangle OMRH où $RM = OH = 20\sqrt{3}/2 \approx 17,320$ m (propriété de la hauteur d'un triangle équilatéral ou théorème de Pythagore). La longueur SR est alors le double : 34.64 m à 1 cm près.

Ou bien, constater que le triangle PSR est un triangle rectangle avec un angle de 30° , il est donc la moitié d'un triangle équilatéral de côté SP dont SR est la hauteur. D'où $SR = SP\sqrt{3}/2 = 40\sqrt{3}/2 = 34,64$ m à 1 cm près.

Ou bien, après avoir vu que le triangle ORS est isocèle, en traçant sa hauteur issue de O, on obtient deux triangles rectangles symétriques. La longueur de la projection de OR sur RS peut être obtenue par les propriétés des triangles rectangles ayant des angles de 30° et de 60° , et on obtient la longueur RS en multipliant par deux : $RS = 2OR\cos 30^\circ = 2 \times 20\sqrt{3}/2 = 34,64$ m à 1 cm près.

Notions mathématiques

- Géométrie : somme des angles d'un triangle, angles supplémentaires, angle droit, triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle, théorème de Pythagore
- Arithmétique : racine carrée, approximation numérique