LE RETOUR DE MOMBO TAPIE (Cat 8, 9, 10)

Attribution des points

4 Réponse exacte **(pas de tapis pour M. Ronay, des tapis de 11, 12, 13 ou 14 carrés par côté pour Mme Gratin**) avec explications correctes

3 Réponse exacte pour chaque client avec explications partielles ou peu compréhensibles

2 Réponse exacte pour un client avec explication
ou réponse exacte pour les 2 clients mais sans explications

1 Calculs à propos de quelques tapis seulement

0 Incompréhension du problème.

Analyse de la tâche

- Imaginer les tapis du type de la sorte donné et en dessiner quelques-uns, parmi les plus simples.
- Comprendre les relations arithmétiques entre les nombres de carrés gris, le nombre de carrés blancs et le nombre de carrés sur un côté du tapis. Par exemple (en langage ordinaire) : le nombre de carrés gris est quatre fois le nombre de carrés sur le côté du tapis, moins les quatre carrés des angles qui seraient comptés deux fois ; et le nombre de carrés blancs est le nombre de carrés sur le côté du tapis, moins deux, puis élevé au carré.
- Noter les nombres de carrés de chaque couleur pour quelques tapis, puis se rendre compte qu'il faut en dresser un inventaire systématique (voir exemples suivant :)
- Prendre en compte les demandes des clients et, par conséquent, calculer le rapport « carrés blanc / nombre total » pour voir les modèles qui conviennent.

  Une analyse des rapports passe par la prise de conscience de leur croissance en fonction du nombre de carrés sur le côté : les tapis deviennent « de plus en plus clairs » car la partie blanche du centre croît plus rapidement que la bordure grise. On peut ainsi aboutir à un inventaire de ce genre, qui se limite aux modèles à envisager :

carrés par côté	carrés gris	carrés blancs	carrés du tapis	blancs/ total
3	8 (= 3 x 4 – 4)	$1 = (3-2)^2$	$9 = 3^2$	1/9 = 0,11…
...	...	...	...	...
6	20 (= 6 x 4) – 4)	$16 = (6-2)^2$	$36 = 6^2$	16/36 = **4/9** = **0,44…**
7	24	25	49	**25/49 = 0,51…**
...	...	...	...	...
10	36	64	100	0,64 < 2/3
11	40	81	121	**0,669…**
12	44	100	144	**0,694…**
13	48	121	169	**0,715…**
14	52	144	196	**0,734…**
15	56	169	225	0.751… >3/4
16	60	196	256	0,765..

- Déduire de l'observation de la croissance des rapports « nombre de carrés blancs/nombre total de carrés » (que la demande de M. Ronay ne pourra être satisfaite et que Mme Gratin pourra choisir entre les modèles de 11 à 14 carrés de côté.

Ou, par l'algèbre, le problème consiste à envisager les nombres de carrés gris, blanc ... en fonction du nombre n de carrés sur un côté. Par exemple : carrés gris : $4n - 4$ ou $4(n - 1)$; carrés blancs $(n - 2)^2$, nombre total : n^2 ; rapport blanc/total : $(n-2)^2/ n^2$. On obtient une impossibilité pour la demande de M Ronay, car cela supposerait $[n / (n - 2)]^2 = 2$ dont la racine carrée est irrationnelle. Celle de Mme Gratin conduit aux inéquations du deuxième degré $8n^2 < 12(n-2)^2 < 9n^2$ donnant les solutions 11, 12, 13, ou 14, obtenues par un tableau tel que le précédent.

Notions mathématiques

- Géométrie : carré, aire et périmètre
- Arithmétique : opérations, carrés, rapports
- Fonctions : suites et examen des variations d'une fonction de variable discrète
- Algèbre. calcul littéral d'expressions du second degré ; équations et inéquations du deuxième degré