PIECES DE MONNAIE (Cat. 6, 7, 8)

Attribution des points

- 4 Solution correcte, avec démarche apparente et expliquée (9,60 €) qui montre clairement l'unicité de la solution (où figurent les divers essais effectués)
- 3 Solution correcte, avec explications incomplètes, sans vérification de l'unicité
- 2 Solution vérifiant l'une des conditions, sans que l'autre soit vérifiée
- 1 Début de recherche cohérente, mais n'aboutissant pas
- 0 Incompréhension du problème

Analyse de la tâche

- Comprendre l'énoncé et les quatre données essentielles : la somme initiale est supérieure à 8 euros et inférieure à 10 euros, composée de pièces de 1 euro et de pièces de 20 centimes ; la somme finale est égale à la moitié de la somme initiale, composée de manière inversée entre pièces de 1 € et pièces de 20 centimes.
- Procéder par essais (systématiques ou non) de nombre de pièces de 1 € et de 20 centimes donnant une somme comprise entre 8 et 10 €, inverser la composition des pièces et vérifier si la somme obtenue représente bien la moitié de la somme initiale
- Ou, procéder par essais de nombre de pièces de 1 € et de 20 centimes donnant une somme entre 4 et 5 euros ; inverser la composition des pièces et vérifier si la somme obtenue représente bien le double de la somme finale.
- Ou, procéder par essais à partir de la somme initiale en se limitant à considérer les cas ou une telle somme et sa moitié peuvent s'exprimer avec des pièces de 1 euro ou 20 centimes (en excluant des sommes comme 9,90, ou 9,80). Il reste quatre possibilités: 8,40; 8,80; 9,20 et 9,60. Se rendre compte que seules 9,60 et sa moitié, 4,80, peuvent être obtenues en intervertissant les nombres de pièces (9 de 1 € et 3 de 20 centimes deviennent 3 de 1 € et 9 de 20 centimes).
 - (Si l'on se rend compte que la somme obtenue après inversion des pièces est inférieure à $5 \in$ on en déduit qu'elle est formée au plus 5 pièces de $1 \in$ et la somme initiale contient donc au plus 5 pièces de 20 c (soit $1 \in$). Elle contient donc au moins 7 pièces de $1 \in$. Il y a alors peu d'essais à faire dans les procédures ci-dessus.)
- Ou : mettre le problème en équation : si x et y désignent respectivement les nombres (entiers) de pièces de $1 \in$ et de 20 centimes, on aboutit à : 8 < x + 0.2 y < 10 et x + 0.2 y = 2(y + 0.2x), ce qui conduit à x = 3y.

puis, par essais systématiques constater que parmi les quatre couples (3, 1); (6, 2); (9, 3); (12, 4), seul le troisième est à envisager car il conduit à une somme de $9,60 \in$.

Notions mathématiques

addition, multiplication, équivalence, équation

Bibliographie

D'après un problème proposé dans « La mathématique vivante », Perelman, CEDIC, 1975.