

## LE DEUXIEME CHAPITRE (Cat. 5, 6, 7)

### Attribution des points

- 4 La réponse correcte et complète (**quatre pages de 23 à 26 et sept pages de 11 à 17**) avec explications (addition) et traces montrant que d'autres essais ont été effectués et qu'il n'y a pas d'autre solution.
- 3 La réponse correcte et complète mais sans évoquer la non-existence d'autres solutions, comme si les deux solutions avaient été trouvées au hasard ou les deux solutions correctement expliquées et une troisième due à une erreur de calcul
- 2 Une des deux solutions avec le détail des calculs (vérification) l'autre n'est pas trouvée ou contient une erreur de calcul
- 1 Traces de démarches qui n'aboutissent pas à 98
- 0 Incompréhension du problème

### Analyse de la tâche

- Comprendre que les numéros des pages du deuxième chapitre sont des nombres qui se suivent, que leur somme est 98, qu'ils ne doivent pas commencer par 1 (il y a un premier chapitre).
- Faire quelques essais à partir d'une hypothèse sur la première page du deuxième chapitre et vérifier si l'on arrive à 98 en additionnant les numéros des pages successives. Par exemple si l'on pense que la première page est 17, additionner successivement 18 (35), 19 (54), 20 (74), 21 (95), 22 (117) ceci permet de constater qu'on a dépassé 98 sans y passer.
- Dresser un inventaire systématique par hypothèses successives à partir de 3, 4, 5, ... comme première page du deuxième chapitre. (Avec l'hypothèse « 3 », on additionne  $3 + 4 + 5 + \dots$  et l'on vérifie que l'on n'atteint pas 98) Cette méthode est longue et un peu fastidieuse mais avec la calculatrice et une répartition des essais au sein du groupe, elle peut aboutir.

Ou organiser les essais à partir de 98 pages et d'une estimation par divisions successives du nombre situé au milieu de la suite. Par exemple si l'on considère un chapitre de deux pages, on voit que 49 est la moitié de 98 mais que ni  $49 + 50$  ni  $48 + 49$  ne peuvent conduire à 98.

Avec trois pages, on imagine un nombre au centre de la suite et proche du tiers de 98 :  $32 + 33 + 34 = 99$  ou  $31 + 32 + 33 = 96$  montrent qu'on n'arrive pas à 98.

C'est avec 4 pages qu'on arrive à la première solution : le quart de 98 se situe entre 24 et 25, ces deux nombres pourraient être au centre de la suite de 4 nombres consécutifs ; et effectivement  $23 + 24 + 25 + 26 = 98$

On élimine ensuite les hypothèses sur 5 et sur 6 pages pour constater qu'avec 7 pages on arrive à une deuxième solution  $98 : 7 = 14$  donne :  $(11 + 12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 98)$

Puis il faudra éliminer les hypothèses allant de 8 à 11 pages. A partir de 12 il n'y a plus de solution, car la somme de 12 nombres consécutifs commençant par 3 dépasse déjà 98 ( $3 + 4 + \dots + 14 = 102$ ).

Ou, utiliser (plus ou moins consciemment) des propriétés des opérations, par exemple :

- comme 98 est pair, il ne peut pas être la somme de deux nombres consécutifs (dont l'un est pair et l'autre impair) mais il peut être la somme de quatre nombres consécutifs comme le sont les nombres pairs non multiples de 4

$6 (0 + 1 + 2 + 3)$  ;  $10 (1 + 2 + 3 + 4)$  ;  $14 (2 + 3 + 4 + 5)$  ;  $18$  ;  $22$ , ...

- comme 98 n'est pas un multiple de 3 il ne peut pas être la somme de trois nombres consécutifs (le triple du nombre du milieu, le petit valant un de moins et le grand un de plus) ;

- 98 est un multiple de 7, c'est la somme d'une suite de 7 nombres consécutifs dont  $14 = 97 : 7$  est la « moyenne ».

### Notions mathématiques

arithmétique, propriétés des opérations, numération