

MUSICIENS, COMEDIENS ET DANSEURS (Cat. 4, 5, 6)

Attribution des points

- 4 Les 5 répartitions correctes ((comédiens, danseurs, musiciens) : (3 ; 8 ; 9), (4 ; 6 ; 10), (4 ; 7 ; 9) (5 ; 6 ; 9) et (5 ; 7 ; 8).) sans autre répartition et avec une méthode apparente
- 3 Les 5 répartitions correctes avec, en plus, au maximum deux répartitions inexactes qui respectent cependant l'ordre et le nombre total d'élèves
 - ou les 5 répartitions correctes, sans autres incorrectes, mais sans explications (au hasard, sans organisation)
 - ou 4 répartitions correctes, sans répartition supplémentaire incorrecte
- 2 3 ou 4 répartitions correctes avec d'autres répartitions inexactes qui respectent l'ordre et le nombre total d'élèves
 - ou 3 répartitions correctes sans répartition incorrecte
 - ou seulement les 2 répartitions (3 ; 8 ; 9) et (4 ; 6 ; 10) ; où les enfants ont compris « six de différence exactement » au lieu de « 6 de différence au maximum)
- 1 de 1 à 3 répartitions correctes avec d'autres répartitions incorrectes
- 0 Incompréhension du problème

Analyse de la tâche

- A la lecture du texte, comprendre que les nombres d'élèves dans les trois groupes sont ordonnés ainsi : nb. musiciens > nb. danseurs > nb. comédiens, que les trois nombres sont différents, que leur somme est 20, et qu'il y a 6 de différence, au maximum, entre le petit nombre et le grand nombre.
- Comprendre que, pour répondre à la question, il faudra rechercher « toutes les manières de répartir les élèves » c'est-à-dire dresser l'inventaire complet des décompositions de 20 selon les contraintes citées ci-dessus.
- Pour cela, on peut procéder par essais et ajustements, avec le risque de ne pas être exhaustif.
- On peut aussi organiser les décompositions de façon à ne pas en oublier. Les modes d'organisation sont nombreux. En faisant des essais sur le nombre de comédiens auquel on ajoute de 1 à 6 pour obtenir le nombre de musiciens :
 - on peut éliminer l'hypothèse « 1 » comédien car on aurait de 2 à 7 musiciens et donc de 17 à 12 danseurs, ce qui contredit une des contraintes. $20 - (1 + 2) = 17$, $20 - (1 + 3) = 16$, ... $10 - (1 + 7) = 12$,
 - de même, avec 2 comédiens, on aurait de 3 à 8 musiciens et donc de 15 à 10 danseurs,
 - avec 3 comédiens, les essais de 4, 5, 6, 7, 8 musiciens donnent 13, 12, 11, 10, 9 danseurs mais l'essai de 9 musiciens (le maximum) donne $20 - (3 + 9) = 8$ danseurs : première solution : **3 comédiens, 8 danseurs et 9 musiciens** ;
 - avec 4 comédiens, on obtient les solutions **(4 ; 6 ; 10)** et **(4 ; 7 ; 9)** car (4 ; 8 ; 8), (4 ; 9 ; 7) ... sont à éliminer,
 - avec 5 comédiens, on obtient les solutions **(5 ; 6 ; 9)** et **(5 ; 7 ; 8)** car (5 ; 11 ; 4), (5 ; 10 ; 5) ... sont à éliminer,
 - avec 6 comédiens, il n'y a plus de solutions car (6 ; 12 ; 2), (6 ; 11 ; 3) ... (6 ; 7 ; 7) sont à éliminer.

Ou : faire l'inventaire de toutes les décompositions de 20 en somme de trois termes différents ordonnés du plus petit au plus grand (1 + 2 + 17 ; 1 + 3 + 16 ; ... ; **3 + 8 + 9** ; 4 + 5 + 11 ; **4 + 6 + 10** ; **4 + 7 + 9** ; **5 + 6 + 9** et **5 + 7 + 8** et choisir celles où il n'y a pas plus de 6 de différence entre le petit et le grand terme.

- Exprimer la réponse dans le contexte donné : il y a 5 répartitions possibles (comédiens, danseurs, musiciens) : (3 ; 8 ; 9), (4 ; 6 ; 10), (4 ; 7 ; 9) (5 ; 6 ; 9) et (5 ; 7 ; 8).