

## UNE PHOTO D'AFRIQUE (Cat 3, 4)

### Attribution des points

- 4 Réponse correcte (**24 zèbres et 12 girafes**), avec démarche claire (dessin, suite de calculs, tableau...) ou vérification des contraintes
- 3 Réponse correcte avec démarche peu claire ou absence d'explication
- 2 Réponse « 24 girafes et 12 zèbres » (mauvaise interprétation du mot double) ou démarche correcte avec erreur de calcul
- 1 Réponse pour laquelle une seule des deux contraintes est vérifiée (total égal à 36 ou nombre de zèbres double du nombre de girafes)
- 0 Incompréhension du problème

### Analyse de la tâche

- Il y a plusieurs manières de résoudre la tâche de décomposition de 36 en une somme de deux termes dont l'un est le double de l'autre.

1. Faire des essais au hasard. Il suffit de savoir additionner, soustraire et prendre le double, pour des cas isolés.
2. Organiser les essais en tenant compte simultanément des deux contraintes :  
si l'on part de la somme de 36, il faut dresser l'inventaire des couples de (1 ; 35) à (18 ; 18) et vérifier dans lequel le plus grand des termes est le double du petit  
si l'on part de la relation « double », il faut dresser l'inventaire des couples de (1 ; 2), (2 ; 4) ... et s'arrêter à (12 ; 24), dont la somme des termes est 36.

Aux savoirs précédents (point 1), s'ajoute l'extension à tous les cas possibles : il y a deux grandeurs en jeu, dépendantes l'une de l'autre, que l'on peut ordonner selon l'une ou l'autre. (La perception de l'ensemble des couples est nécessaire pour organiser les essais en tableaux ou listes de correspondance; elle prépare aux concepts de fonction, de variable, d'ordre, de croissance ...)

3. Concevoir la tâche dans le cadre de la proportionnalité :

trois grandeurs sont en jeu : les nombres de girafes; de zèbres ; d'animaux;

ces trois nombres sont proportionnels à 1 (pour les girafes), 2 (le double pour les zèbres) et 3 (nombre total des animaux)

Cette relation peut s'illustrer par un schéma ou un tableau dans lequel les trois grandeurs (dont les deux premières sont encore inconnues et la troisième est 36) sont mises en correspondance avec les trois nombres 1, 2, et 3. Le coefficient de proportionnalité est ici déterminé par le rapport de 3 à 36: 12, qui, appliqué à 1 et 2 va permettre de déterminer les nombres 12 et 24.

1	2	3
?	?	36

Les savoirs font ici intervenir la reconnaissance des deux grandeurs en jeu, le lien qui lie les éléments des couples correspondants, de type multiplicatif (rapport), ainsi que toutes les propriétés de la proportionnalité (ou de la linéarité).

4. On retrouvera les opérations précédentes pour le cas général traité algébriquement: l'équation  $x + 2x = 36$  devient  $3x = 36$ , puis  $x = 12$  et  $2x = 24$ .

Avec les 18 couples de nombres naturels à envisager, la première et la deuxième procédures sont possibles. Si on avait par exemple 15029 animaux et que le nombre de zèbres était les 3/4 de celui des girafes, il faudrait évidemment choisir la résolution par proportionnalité ou par algèbre

### Exploitations didactiques

Pour exploiter le problème *Une photo d'Afrique* il faut évidemment aller au-delà de la réponse, qu'on peut trouver facilement par quelques essais.

C'est le passage d'une procédure par essais au hasard à une organisation de la recherche qui est intéressante à observer et à mettre en valeur (point 1 et 2 de la rubrique 5 des tâches de résolution et savoirs mathématiques).

Une discussion collective doit permettre aux élèves de justifier le choix d'un deuxième couple après un premier couple qui s'est révélé inadéquat.

Comme dans l'exemple ci-dessus : 10 girafes et 20 zèbres, ce n'est pas assez car  $10 + 20 = 30$ . les élèves doivent pouvoir se convaincre que les essais suivants doivent s'orienter vers les couples (11 ; 22), (12 ; 24) ... et non vers les couples de nombres plus petits comme (9 ; 18) ...

On peut aborder l'ensemble des couples pour s'assurer qu'il n'y en a qu'un qui satisfait les deux conditions.

Pour valoriser la procédure de recherche organisée, on peut changer le nombre d'animaux et proposer par exemple 45, ou 87, ...

On remarquera, en choisissant les nombres d'animaux, qu'il faut obligatoirement des multiples de 3 afin qu'ils puissent être décomposés en une somme de deux termes dont l'un est le double de l'autre.

C'est peut-être à ce moment qu'on peut aborder la procédure qui se fonde sur la proportionnalité en évoquant le nombre total des animaux comme la somme d'un nombre de départ et de son double ou comme le triple de ce nombre de départ.