

19^{ème} Rallye Mathématique Transalpin, épreuve d’essai Section de Bourg en Bresse



Vous trouverez ci-dessous, une épreuve d’essai pour la catégorie 3 (CE2).

Les problèmes sont suivis des analyses à priori et des attributions de points qui sont en vigueur sur le Rallye.

Cette épreuve d’essai doit vous permettre de savoir avec vos élèves si la participation au rallye est envisageable tout en dégagant des pistes de travail pour le comportement à avoir face à une telle situation.

1. QUATRE NOMBRES A ECRIRE (CAT. 3, 4)

Écrivez dans chacune des quatre cases ci-dessous un des nombres : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ;

en respectant ces trois conditions :

- les quatre nombres doivent être différents ;
- si vous les additionnez, vous devez trouver 15 ;
- si vous multipliez par 3 le nombre de la case d , vous devez obtenir le nombre de la case a .

case a	case b	case c	case d

Écrivez toutes les solutions possibles.

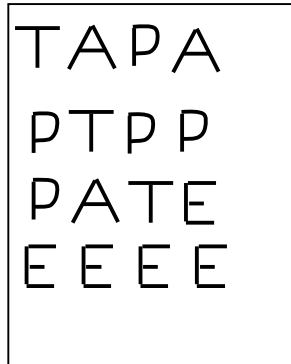
Expliquez comment vous les avez trouvées.

2. LA PLANÈTE TAEP (Cat. 3, 4)

Sur la planète TAEP, l’alphabet n’a que 4 lettres : A, E, P, T.

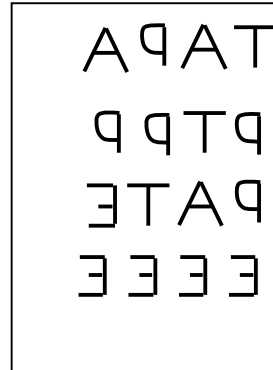
Tous les mots ont quatre lettres et s’écrivent toujours en majuscules.

Quatre enfants, TAPA, PTPP, PATE et EEEE écrivent leur nom sur une feuille de papier transparent (figure 1). Lorsqu’ils retournent la feuille, ils ne lisent plus leurs noms comme ils les avaient écrits (figure 2).



TAPA
PTPP
PATE
EEEE

figure 1



APAT
PPTP
ETAP
EEEE

figure 2

PTPP dit : « Lorsque ma sœur écrit son nom et qu’elle retourne la feuille ensuite, elle peut lire son nom comme elle l’avait écrit. »

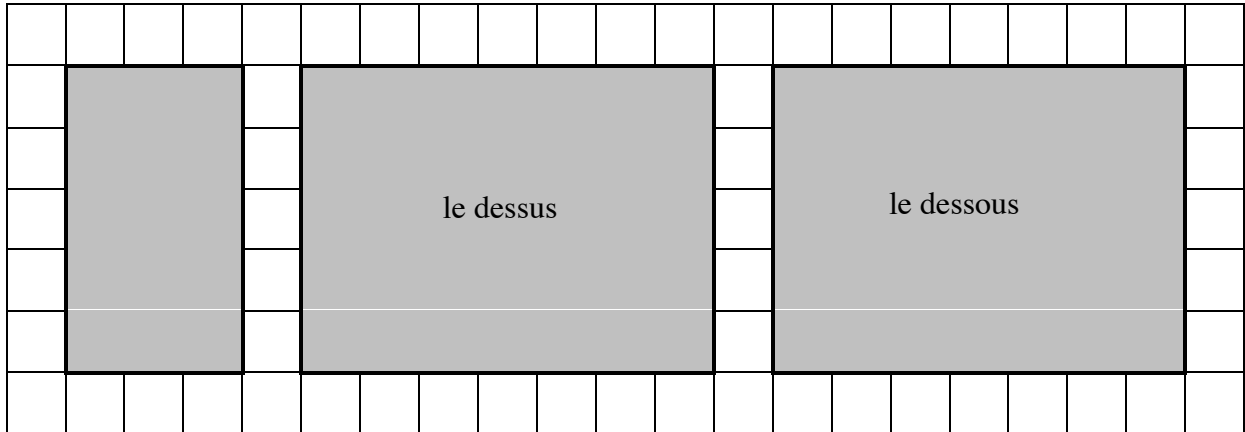
Quel peut être le nom de la sœur de PTPP ?

Écrivez tous les noms de la planète qui ne changent pas lorsqu’on retourne la feuille sur laquelle on les a écrits.

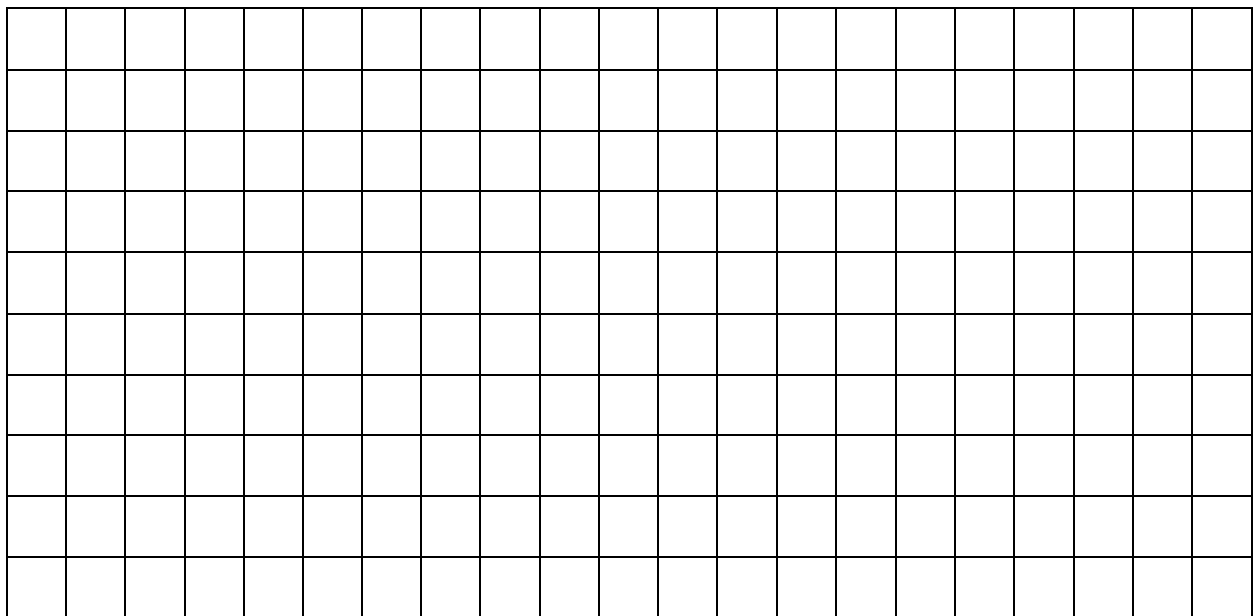
3. LA BOITE A RECOUVRIR (Cat 3, 4, 5)

Graziella veut couvrir entièrement une boîte avec des rectangles de papier.

Elle a déjà dessiné ces trois rectangles pour couvrir exactement le dessous de la boîte, le dessus de la boîte et une des autres faces de la boîte.



Dessinez sur le quadrillage ci-dessous les trois rectangles qui manquent pour couvrir exactement les autres faces de la boîte.



4. LA COMPÉTITION DE NATATION (Cat. 3, 4)

Bea, Tatiana, Sylvia, Laetitia et Déborah ont participé à une compétition de natation.

- Sylvia et Bea n'ont pas gagné.
- Tatiana est arrivée parmi les deux dernières.
- Bea est arrivée juste avant Déborah.
- Sylvia est arrivée parmi les deux premières.

Qui a gagné ?

Indiquez l’ordre d’arrivée de chacune des filles dans la compétition de natation.

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

5. VOITURES ET CAMIONS (Cat. 3, 4)

Léo et Théo collectionnent les voitures et les camions miniatures.

Léo a autant de voitures que de camions et propose à Théo d’échanger quelques véhicules.

Léo donne 8 voitures à Théo et Théo lui donne, en échange, 3 camions.

Après ces échanges, Léo a 89 véhicules (voitures et camions).

Combien Léo avait-il de voitures avant l'échange ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

1. QUATRE NOMBRES A ECRIRE (CAT. 3, 4)

Écrivez dans chacune des quatre cases ci-dessous un des nombres : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ;
en respectant ces trois conditions :

- les quatre nombres doivent être différents ;
- si vous les additionnez, vous devez trouver 15 ;
- si vous multipliez par 3 le nombre de la case d , vous devez obtenir le nombre de la case a .

case a	case b	case c	case d

Écrivez toutes les solutions possibles.

Expliquez comment vous les avez trouvées.

ANALYSE A PRIORI**Domaine de connaissances**

- Arithmétique : addition, soustraction, multiplication
- Logique - combinatoire

Analyse de la tâche

- Dans une approche aléatoire, écrire une ou plusieurs combinaisons des quatre nombres et vérifier si elles respectent les conditions.
- Se rendre compte que dresser la liste complète des combinaisons possibles des quatre nombres (360) et que vérifier celles qui respectent les conditions est une tâche trop longue.

Choisir par conséquent une approche tenant compte de l'une des conditions (condition du triple ou de la somme), afin de limiter la recherche et construire de manière déductive les solutions possibles, en tenant compte du fait que les nombres doivent être tous différents.

La condition du « triple » ne donne que deux possibilités pour le premier et le dernier nombre : 3 et 1 ou 6 et 2 ; par essais successifs ou en tenant compte de la somme « 15 », les élèves peuvent arriver aux solutions 3651 et 3561 dans le premier cas, 6432 ou 6342 dans le deuxième cas.

La condition de la somme « 15 » choisie en premier conduit aux quadruplets (6 ; 5 ; 3 ; 1), (6 ; 4 ; 3 ; 2) et à l'inventaire de leurs permutations pour déterminer les quatre solutions.

Ou : calculer la somme des six nombres (21) et en déduire que $21 - 15 = 6$ représente la somme des deux nombres non choisis, qui sont : soit 1 et 5, soit 2 et 4. En déduire que les quatre nombres qui pourront être choisis sont : soit 2, 3, 4, et 6 ; soit 1, 3, 5 et 6.

- Remarquer que, comme le premier nombre est le triple du dernier, dans le premier cas, ces deux nombres seront 6 et 2 ; dans le second cas ce seront 3 et 1. Puis comprendre qu'on peut encore dans chaque cas permuter les deux nombres « centraux »
- Exprimer les quatre solutions et donner quelques éléments d'explication (relatifs à l'une des procédures ci-dessus).

Attribution des points

- 4 Les quatre solutions correctes (3561 ; 3651 ; 6342 ; 6432), avec explication (quelques mots) de la démarche utilisée
- 3 Les quatre solutions correctes, sans explication
- 2 Trois ou quatre solutions correctes, avec une solution incorrecte
ou deux solutions correctes parce qu'un des deux couples (3 ; 1), (6 ; 2) n'a pas été pris en compte ou parce que les permutations des deux chiffres centraux n'ont pas été envisagées, sans solution incorrecte
- 1 Une seule solution correcte
ou deux solutions correctes avec d'autres incorrectes
ou confusion entre cases a et d : (1563 ; 1653 ; 2346 ; 2436),
- 0 Incompréhension du problème

Niveau : 3, 4

Origine : Luxembourg

2. LA PLANÈTE TAEP (Cat. 3, 4)

Sur la planète TAEP, l'alphabet n'a que 4 lettres : A, E, P, T.

Tous les mots ont quatre lettres et s'écrivent toujours en majuscules.

Quatre enfants, TAPA, PTPP, PATE et EEEE écrivent leur nom sur une feuille de papier transparent (figure 1). Lorsqu'ils retournent la feuille, ils ne lisent plus leurs noms comme ils les avaient écrits (figure 2).

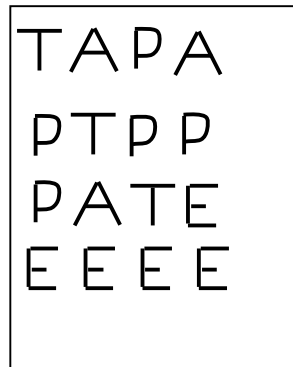


figure 1

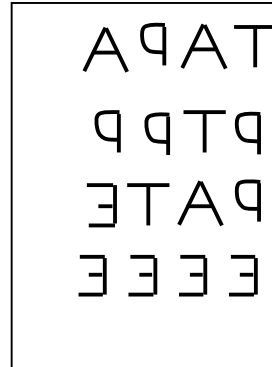


figure 2

PTPP dit : « Lorsque ma sœur écrit son nom et qu'elle retourne la feuille ensuite, elle peut lire son nom comme elle l'avait écrit. »

Quel peut être le nom de la sœur de PTPP ?

Écrivez tous les noms de la planète qui ne changent pas lorsqu'on retourne la feuille sur laquelle on les a écrits.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : symétrie axiale
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles d'écriture et de la planète TAEP d'après les consignes données et les exemples : il n'y a que 4 lettres à disposition, chaque mot a 4 lettres, il peut y avoir plusieurs fois la même lettre dans le même mot, ...
- Constater que deux des quatre lettres, A et T, restent identiques lorsqu'on retourne la feuille (car elles ont un axe de symétrie vertical) et en déduire que le prénom cherché doit être composé de ces deux lettres.
- Tenir compte que le mot lui-même doit aussi être symétrique (ou pouvoir se lire de gauche à droite ou de droite à gauche, ou d'un côté et de l'autre de la feuille).
- Dresser l'inventaire des mots composés de A et de T de manière systématique permettant de ne pas en oublier (par exemple en commençant par des mots de quatre lettres A, puis de trois lettres A et un T, ...) et parmi eux choisir ceux qui sont symétriques.
- Écrire la liste des quatre noms possibles : AAAA ; TTTT ; ATTA ; TAAT

Attribution des points

- 4 Les quatre noms, sans erreur : AAAA ; TTTT ; ATTA ; TAAT
- 3 Les deux lettres A et T sont découvertes et trois noms sont trouvés mais il en manque un ou il y en a un qui n'est pas symétrique (du genre AAAT)
- 2 Les deux lettres A et T sont découvertes, mais avec seulement deux noms corrects et au maximum une erreur ou trois noms corrects sont trouvés mais avec d'autres noms contenant des lettres non symétriques N ou P
- 1 Une seule solution correcte ou prise en compte d'une seule des deux conditions (exemples : PEEP, PAAP, ou TATA...)
- 0 Incompréhension du problème

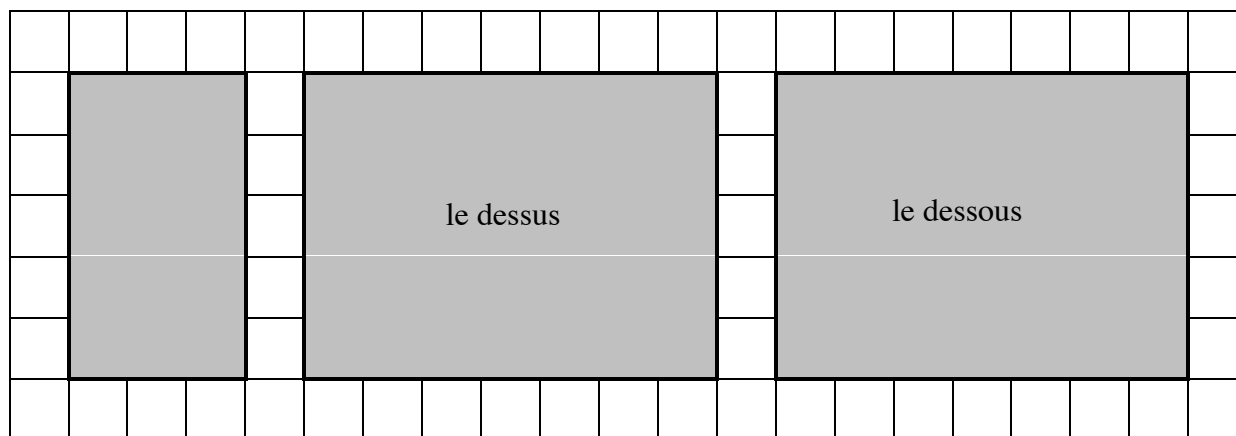
Niveaux : 3, 4

Origine : groupe problèmes, adaptation d'une ancienne proposition

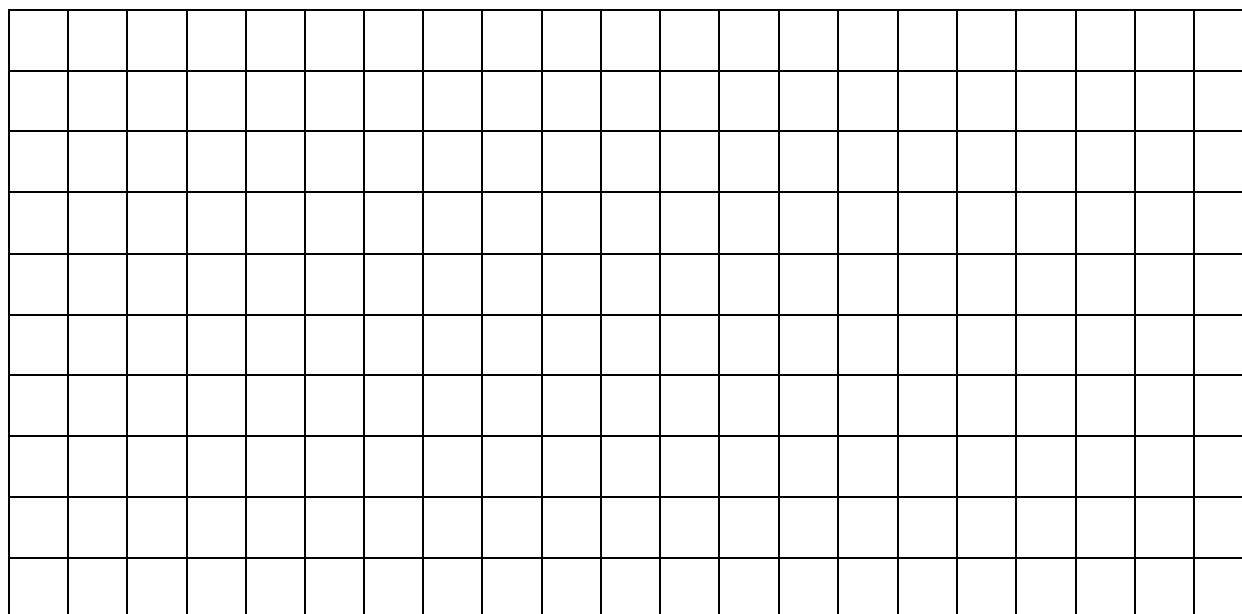
3. LA BOÎTE A RECOUVRIR (Cat 3, 4, 5)

Graziella veut couvrir entièrement une boîte avec des rectangles de papier.

Elle a déjà dessiné ces trois rectangles pour couvrir exactement le dessous de la boîte, le dessus de la boîte et une des autres faces de la boîte.



Dessinez sur le quadrillage ci-dessous les trois rectangles qui manquent pour couvrir exactement les autres faces de la boîte.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie plane et géométrie dans l’espace : rectangle et parallélépipède rectangle

Analyse de la tâche

- Comprendre qu’il s’agit d’une boîte « familière » (parallélépipède rectangle) puisque l’énoncé parle de rectangles.
- Imaginer la boîte et ses six faces : le dessous et le dessus (imaginées horizontales) et les quatre faces (imaginées verticales).
- Se rendre compte que les 6 faces peuvent se répartir en 3 couples de faces égales (les faces opposées) et en déduire que, si le dessous et le dessus sont les deux rectangles égaux donnés, le troisième rectangle est une des faces (verticales).
- Se rendre compte qu’il faudra dessiner un quatrième rectangle égal à celui qui est donné.

- Comprendre que les deux derniers rectangles doivent s’adapter aux premiers. Ils devront avoir la même longueur que les deux bases (le dessous et le dessus) et leur largeur devra correspondre à la « hauteur » de la boîte, donnée par un des côtés de la face verticale déjà dessinée.
- Dessiner les trois faces par report de mesures ou par comptage de carreaux ou par essais et manipulations.

Attribution des points

- 4 Dessin correct et précis des trois faces qui manquent (une face 3×5 , deux faces 7×3)
- 3 Dessin correct des trois faces qui manquent, mais avec des tracés imprécis (à main levée, lignes qui ne correspondent pas exactement à celles du quadrillage, ...)
- 2 Dessin correct de la quatrième face (3×5) et une erreur dans les 5^e et/ou 6^e faces (côtés non correspondant aux données)
- 1 Dessin correct d’une ou deux faces
ou trois faces dessinées mais avec erreurs (faisant seulement comprendre que les élèves se sont rendu compte qu’il fallait 6 faces en tout)
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4, 5**Origine :** gpp

4. LA COMPÉTITION DE NATATION (Cat. 3, 4)

Bea, Tatiana, Sylvia, Laetitia et Déborah ont participé à une compétition de natation.

- Sylvia et Bea n'ont pas gagné.
- Tatiana est arrivée parmi les deux dernières.
- Bea est arrivée juste avant Déborah.
- Sylvia est arrivée parmi les deux premières.

Qui a gagné ?

Indiquez l'ordre d'arrivée de chacune des filles dans la compétition de natation.

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Logique : gestion d'une relation d'ordre et de conditions de sériation ; interprétation de propositions; formulation d'hypothèses et contrôle de leur cohérence avec les indications de l'énoncé.

Analyse de la tâche

- Tirer de la première et de la quatrième condition que Sylvia est arrivée seconde.
- Déduire de la troisième condition que Bea et Déborah se succèdent et peuvent donc se trouver en troisième et quatrième position, ou bien en quatrième et cinquième position.
- Puisque d'après la seconde indication, Tatiana est arrivée quatrième ou cinquième, on en déduit que Bea et Déborah sont, respectivement, troisième et quatrième, alors que Tatiana est cinquième.
- Conclure que Laetitia a gagné la compétition.
- Écrire la liste complète des amies, de la première à la dernière : Laetitia, Sylvia, Bea, Déborah, Tatiana.

Ou bien : procéder par essais pour ordonner les positions, en contrôlant que les informations du texte sont bien respectées.

Ou tirer de la première et de la quatrième condition que Sylvia est arrivée seconde et pour le reste procéder par essais en contrôlant que les informations du texte sont bien respectées.

Attribution des points

- 4 Réponse correcte (Laetitia a gagné et indication correcte de l'ordre des arrivées : Laetitia, Sylvia, Bea, Déborah, Tatiana) avec des justifications tenant compte de toutes les indications de l'énoncé
- 3 Réponse correcte (Laetitia a gagné et indication correcte de l'ordre des arrivées) avec une justification peu claire
- 2 Réponse correcte (Laetitia a gagné), mais avec une inversion dans l'ordre d'arrivée, ou ordre correct sans explication ou avec seulement une vérification
- 1 Début de raisonnement correct.
- 0 Autre réponse ou incompréhension du problème.

Niveaux : 3, 4

Origine : Rozzano

5. VOITURES ET CAMIONS (CAT. 3, 4)

Léo et Théo collectionnent les voitures et les camions miniatures.

Léo a autant de voitures que de camions et propose à Théo d’échanger quelques véhicules.

Léo donne 8 voitures à Théo et Théo lui donne, en échange, 3 camions.

Après ces échanges, Léo a 89 véhicules (voitures et camions).

Combien Léo avait-il de voitures avant l’échange ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

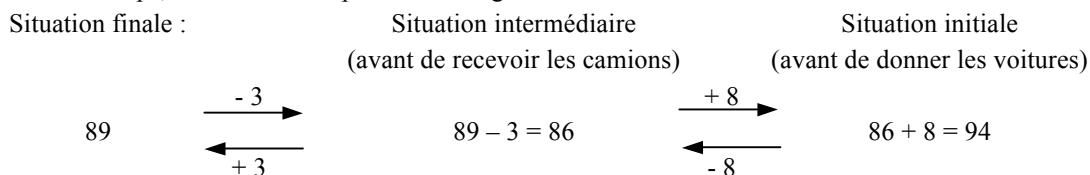
Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction, moitié d'un nombre

Analyse de la tâche

- Se rendre compte que le nombre initial de voitures est égal à celui des camions et proche de la moitié de 89, donc proche de 45.
- Procéder par essais et réajustements jusqu'à arriver à 47 : $47 - 8 = 39$; $39 + 3 = 42$; $42 + 47 = 89$.

Ou : Revenir dans le temps, de la situation après les échanges à la situation initiale :



et en déduire que, avant les échanges, comme il avait autant de voitures que de camions, Léo avait 47 ($94 : 2$) voitures et 47 camions.

Ou : comprendre que $8 + 3 = 11$ est la différence entre le nombre des automobiles et celui des camions après l'échange.

Déduire que $78 = 89 - 11$ est le double du nombre des automobiles de Léo après l'échange. Conclure donc que le nombre initial des automobiles de Léo était $47 = (78 : 2) + 8$.

Attribution des points

- 4 Réponse juste (47 voitures) obtenue par tentatives et ajustements successifs ou par un raisonnement correct (par exemple une suite de calculs)
- 3 Raisonnement correct, ou essais correctement conduits, mais avec une seule erreur de calcul
- 2 Réponse correcte sans aucune explication
ou réponse 42 avec justifications (simple inversion dans les échanges)
- 1 Début de recherche cohérente : un ou deux essais infructueux, ou début de raisonnement correct
- 0 Incompréhension du problème

Niveaux : 3, 4

Origine : Bourg-en-Bresse